



УНИВЕРЗИТЕТ „ГОЦЕ ДЕЛЧЕВ“ - ШТИП
ФАКУЛТЕТ ЗА ИНФОРМАТИКА

ЗОРАН ЗЛАТЕВ

НУМЕРИЧКА СИМУЛАЦИЈА НА ПРОПАГИРАЊЕ НА
СЕИЗМИЧКИ БРАНОВИ ГЕНЕРИРАНИ ОД ЕКСПЛОЗИИ

– МАГИСТЕРСКИ ТРУД –

Штип, јули 2012 г.

Комисија за оценка и одбрана:

Ментор: проф. д-р Владо Гичев
Факултет за информатика
Универзитет „Гоце Делчев“ - Штип

Член: доц. д-р Зоран Здравев
Факултет за информатика
Универзитет „Гоце Делчев“ - Штип

Член: проф. д-р Јордан Живановиќ
Факултет за информатика
Универзитет „Гоце Делчев“ - Штип

Членови на Комисија за оценка и одбрана:

Претседател: доц. д-р Зоран Здравев
Факултет за информатика
Универзитет „Гоце Делчев“ - Штип

Член: проф. д-р Владо Гичев – ментор
Факултет за информатика
Универзитет „Гоце Делчев“ - Штип

Член: ред. проф. д-р, Јордан Живановиќ
Факултет за информатика
Универзитет „Гоце Делчев“ - Штип

Научно поле: Информатика

Научна област: Теориска информатика

Датум на одбрана: 09.07.2012

Универзитет „Гоце Делчев“ - Штип

Зоран Златев

Нумеричка симулација на пропагирање на сеизмички
бранови генерирани од експлозии

НУМЕРИЧКА СИМУЛАЦИЈА НА ПРОПАГИРАЊЕ НА СЕИЗМИЧКИ БРАНОВИ ГЕНЕРИРАНИ ОД ЕКСПЛОЗИИ

Краток извадок

Изведени се гранични услови за нумерички бранови симулации кои ги минимизираат вештачките рефлексии од рабовите во доменот на пресметување. На овој начин, акустичните и еластичните бранови пропагации во лимитиран реон можат ефикасно да бидат искористени за да се опише брановото пропагирање на неограничен домен. Граничните услови се базирани на параксијални апроксимации на скаларните и еластичните бранови равенки. Тие компјутерски се евтини и едноставни за додавање, и ги намалуваат рефлексииите преку широк ранг на инцидентни агли.

Сложени апсорбирачки гранични услови се развиени за нумерички симулации на сеизмички бранови. Овие методи комбинираат апсорбирачки гранични услови, базирани на карактеристичната анализа на еднодимензионални бранови равенки, со пристапи кон модификации на брановото поле. Некои од овие методи ги апсорбираат и брановите од површината покрај брановите во доменот.

Во овој труд е имплементирана една метода на конечни разлики, која го симулира брановото пропагирање во внатрешноста на моделот, а регионот е ограничен со вештачки граници предложени од Stacey. Нумеричките симулации се најефикасна алатка за проучување на делови од Земјината кора, каде што постои изразена латерална хетерогеност. Овие методи служат како за проучување на комплексни сеизмички појави во сеизмологијата, така и за одговор на инженерски објекти изложени на сеизмички бранови. Нумеричките методи се единствена математичка алатка за истражување на феномени поврзани со умерени и силни расејувања во хетерогени медиуми каде што повеќекратното рефлектирање на сеизмички бранови станува важно. Освен ова, нумеричките методи се важна алатка во истражување на појави поврзани со пропагирање на дифракции и интерференции на површински бранови, како на слободната површина така и на интерфејсите меѓу слоеви кои се во длабочините. Студиите за нумеричките методи ја имаат демонстрирано важноста на конверзиите од брановите во медиумот до површината (и обратно)

кога латерални хетерогени и топографски релјефи се презентирани во горните делови на Земјината кора.

Освен со нумерички симулации, проблемите во сеизмологијата и земјотресното инженерство се решаваат и со стохастички методи. Неодамна неколку истражувања се додадени на нумеричките методи за да се студираат сеизмичките бранови пропагации во моделите на брзини кои варираат различно во просторот. Врз основа на експериментите се конституирани врските помеѓу физичките карактеристики на материјалите, амплитудата и предоминантниот период на сеизмичкиот бран, слабеењето кое е очигледно при расејувањето, дисперзијата на брановите форми, времето на патувањето на брановите, брзината на брановите и варијациите во брановите форми преку низи на приемници.

Клучни зборови: *расејување на бранови, апсорбирање на бранови, вештачки рефлексии, вештачки гранични услови.*

TITLE

Numerical simulation of seismic waves propagation generated by explosions

Abstract

Boundary conditions are derived for numerical wave simulations that minimize artificial reflections from the edges of the domain of computation. In this way acoustic and elastic wave propagation in a limited area can be efficiently used to describe physical behavior in an unbounded domain. The boundary conditions are based on paraxial approximations of the scalar and elastic wave equations. They are computationally inexpensive and simple to apply, and they reduce reflections over a wide range of incident angles.

Complex absorbing boundary conditions are developed for numerical simulations of seismic waves. These methods combines absorbing boundary conditions, based on a characteristic analyze of one – dimensional wave equations, with wavefield modifications approaches. Some of these methods absorb the waves from the surface besides the waves in the body.

This study represents some of the methods of the finite – difference and finite – elements to easily understand the spreading of seismic waves in simple and complex models. The numerical simulations have improve our understanding of the scattering of seismic waves in portions of earth where are the lateraly heterogenous, which is the crust also. These methods propagate complex seismic wavefields, through high – complex mediums and include scatterings of waves and converted phases (e.g. P to SV, SV to P, wave from body to surface). The numerical methods have shown as especially useful in cases of moderate and strong scatterings in complex mediums where multiple scattering of waves becomes important. Progress have been made with numerical methods in understanding of that how surface – close, small – velocity basin structures scatters the surface waves and vertically incident waves in the medium. Numerical methods have proven usefulness in evaluating of scattering of surface waves and body waves from the topography of both, the free surface and interfaces deep in the crust. Studies for numerical methods have demonstrated the importance of conversions of waves from the body to the surface (and vice versa) when lateral heterogeneities topographic reliefs are presented in the upper parts of the crust.

Recently, some analysis are applied to the numerical methods to study the seismic wave propagations in velocity models that varies differently in the space.

This stochastic approach seeks to understand the effects of complexity of small – range in the crust that cannot solve deterministically. The experiments have improved the connections between statistic characteristics of different heterogeneity and measurable characteristics of the high – frequency ($\geq 1Hz$) seismograms. These simulations are made from studies of many features that stands for actual high – frequent seismic waves, including: the amplitude and time step of the seismic wave, the apparent attenuation scattering, velocity of the waves and the variations in wave forms through arrays of receivers.

Key Words: *Scattering waves, absorbing waves, artificial reflections, artificial boundary conditions.*

Содржина

1. ВОВЕД	7
2. ЦЕЛ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО	14
2.1. Интеракција на почва – структура	14
2.2. Вештачки граници	15
2.3. Елементарни граници	15
2.4. Конзистентни (глобални) граници	16
3. МЕТОДИ НА ИСТРАЖУВАЧКАТА РАБОТА	19
3.1. Нумерички методи	19
3.2. Метод на дискретни точки	20
3.3. Метод на еластична решетка	21
3.4. Методи кои вклучуваат апсорбирање на граници.....	22
3.5. Еднодимензионални гранични услови	23
3.6. Пристапи кон модификации на браново поле	24
3.7. Параксијални апроксимации	25
3.7.1. Грешки во апроксимациите	26
3.8. Стабилноста од широк агол на апсорбирачките гранични услови за брановата равенка	28
3.9. Услови за апсорбирачки граници за нумеричка симулација на бранови	29
3.10. Тестирање на коефициентите на рефлекција на апсорбирачките граници	30
3.11. Апсорбирање на граници	37
3.12. Математички модел	39
3.12.1. Равенка на движење.....	40
3.12.2. Почетни услови	41
3.12.3. Гранични услови	41
3.13. Услов за стабилност	44
3.13.1. Мрежа на пресметување	44
3.13.2. Побудување на извор	44
3.14. Равенка на движење.....	45
3.15. Равенки кај вештачки граници.....	46

3.16. Слободна површина	47
3.17. Извор	48
4. РЕЗУЛТАТИ	49
4.1. Резултати добиени од испитувањата на ефикасноста на вештачките граници P3 и P4 на Stacey за време од една секунда.....	49
4.2. Резултати добиени од испитувањата на ефикасноста на вештачките граници P3 и P4 на Stacey за време од две секунди.....	55
4.3. Споредба на грешки помеѓу P3 и P4 за време од една и две секунди	60
5. ДИСКУСИЈА.....	62
6. ЗАКЛУЧОК	64
7. ДОДАТОК.....	66
8. КОРИСТЕНА ЛИТЕРАТУРА.....	73

1. ВОВЕД

Земјотресите се природни појави кои генерираат сеизмички бранови кои се шират концентрично од сеизмичкиот извор. Во зависност од карактеристиките на тлото низ кое се шират, дури и на големи далечини од изворот можат да предизвикаат катастрофални последици.

Така, земјотресот во областа Michoacan во Мексико во 1985 год. предизвика катастрофални последици во Мексико Сити, иако оддалеченоста од епицентарот е поголема од 300 км.

Сеизмичките бранови се шират во просторот и притоа во зависност од енергијата што ја пропагираат предизвикуваат помали или поголеми промени на земјиното тло, како и на подземните и надземните објекти. Сеизмичките бранови се мерат со различни видови на инструменти и постојат методи за одредување на магнитудата на земјотресот. Во поново време со развојот на дигиталните сметачки машини се симулира ширење на сеизмичките бранови и преку вакви симулации на нумерички модели се утврдува повредливоста на објектите.

Во изминатиот половина век повеќе истражувачи ги проучувале сеизмичките бранови и предлагале различни пресметковни модели со кои ќе можат да научат повеќе за нив.

Првобитните истражувања се засноваат на модели кои користат формулација на брановата равенка преку поместување. Така, Alterman и Karal (1968) користат нумерички модел базиран на централни конечни разлики и го проучуваат одговорот на почвен слој од краткотраен сеизмички извор. Сеизмичкиот извор е лоциран во почвениот слој. Притоа одговорот на почвениот слој се добива во поларни координати. Kelly и соработниците (1976) предлагаат P-SV модел базиран на конечни разлики, кој и денес е популарен при симулации на сеизмички бранови. England R. со своите соработници (March 6, 1979) предлагаат пресметковен SH нумерички модел, каде што контактните точки се третираат со еквивалентен модул на лизгање. На ваков начин индиректно (имплицитно) е задоволен условот за компатибилност на напони и поместувања.

Во ерата на брзите компјутери, добивањето на решенија на многу проблеми кои претходно не можеа да се решат стана реалност, особено за проблеми кои вклучуваат парцијални диференцијални равенки, во кои

аналитичкото решение постои само за наједноставните услови. Со употребата на нумеричките методи еден проблем може да биде решен од почетно време до некое посакувано време во сите просторни точки. Најпопуларните нумерички методи за решавање на парцијални диференцијални равенки се методот на конечни елементи и методот на конечни разлики. Вообичаено, методот на конечни елементи користи имплицитни шеми во кои непознатите големини кај сите просторни точки се определуваат симултано за секој временски чекор со решавање на систем од линеарни алгебарски равенки. Повеќето конечни диференцијални шеми се експлицитни, каде што решението се определува од решението од претходниот временски чекор и равенките се независни. Решавањето на полн линеарен систем од N^m ред бара $O(N^2)$ операции, додека за систем од n независни равенки редот на комплексност е $O(N)$. Поради ова, експлицитните шеми се преферираат во нумеричките анализи, особено за проблеми кои вклучуваат многу равенки со многу непознати (каде што N е големо). Системите коишто се појавуваат во имплицитните шеми се обично континуирани и симетрични, и така редот на комплексност е многу помал од $O(N^2)$, но сè уште поголем од оној за експлицитните шеми. Од друга страна, имплицитните шеми се безусловно стабилни, што не е случај со експлицитните шеми. Понатаму, конечните елементи како нумеричка алатка се погодни од конечните разлики за моделирање на сложени и нерегуларни геометрии. Од друга страна пак, за проблеми од големи размери, кои се јавуваат во сеизмологијата, на пример, експлицитните шеми се препорачливи затоа што тие се поевтини (бараат помалку компјутерски ресурси) и се полесни за имплементирање во нумеричките алгоритми.

Во последните неколку децении, со брзиот развој на сметачките машини, истражувачите ги проучуваат брановите феномени преку компјутерски симулации на математички модели.

Со овие симулации може да се предвиди како ќе одговори објектот на сеизмичките побуди. Ова значи да се определи на кои локации од објектот ќе има концентрација на напони и големи перманентни деформации кои можат да доведат до лом на објектот. Освен повредливоста на објектите, компјутерските симулации на математички модели ни помагаат да ги проучуваме и

оштетувањата во тлото. Сè до седумдесеттите години од минатиот век, одговорот на тлото бил третиран како линеарен. Земјотресот Loma Prieta, во 1989 година, кој го погоди Сан Франциско; Northridge, во 1994 година, кој го погоди Лос Анџелес и земјотресот во Kobe, во 1995 година потврдија дека тлото при јаки потреси се однесува нелинеарно. Safak (2001) дава преглед на математички модели за нелинеарно однесување на различни видови на почви, а Gicev и Trifunac (2009) користејќи 1-D модел симулираат пропагирање на полусинусоиден пулс во нелинеарен почвен слој кој лежи на еластичен полупростор. Тие, врз основа на овие симулации, ги определија условите за појава и понатамошно ширење на трајни деформации во почвените слоеви. Овие деформации се причина за пукање на подземните инсталации (водоводна и електрична мрежа), како и појава на ликвидација, односно течење на почвата. Ликвидацијата е појава која се иницира од земјотресите. Се манифестира со тоа што некохерентните почви (песоци, глини) при тресење го губат порниот притисок и почнуваат да течат како флуид. Оваа појава беше посебно изразена во Сан Франциско и околниот Заливски регион при земјотресот Loma Prieta, 1989.

Некои од најважните предизвици кои се јавуваат при нумеричките симулации на ширењето на бранови се:

- моделирање на вештачки граници;
- моделирање на слободните површини;
- моделирање на контактите меѓу два или повеќе различни медиуми;
- моделирање на нелинеарен модел.

Вештачките (апсорбирачки, пропусни) граници се артефакти кои служат што поверно да го симулираат влегувањето на бранот во моделот и неговото излегување надвор од моделот. Ефектот на вештачките граници се мери со минимизирање на рефлектираната (паразитска) енергија од бранот што го напушта моделот.

Направена е општа поделба на вештачките граници (Kausel & Tassoulas, February, 1981):

- елементарни (непропусни граници);
- глобални граници;
- локални граници.

Елементарните граници тотално ги рефлектираат брановите што го напуштаат моделот и според тоа не се прифатливи во нумеричките симулации на сеизмички бранови.

Глобалните граници теоретски се перфектни граници, но за жал поради нивната глобалност во простор и време, тие не можат да бидат имплементирани во нумеричките модели (Gicev & Trifunac, August, 2007).

Локалните граници се широко применувани во нумеричките модели за симулација на пропагирање (ширење) на бранови. Пресметувањето на поместувањето во одредена точка од границата зависи само од поместувањата во неколку околни точки и само во неколку претходни временски чекори.

На ова поле работеле повеќе истражувачи. Според нивната формулација, локалните вештачки граници се делат на три вида:

- параксијални;
- екстраполациони и
- мултидирекциони.

Во првата група на граници е границата на Robert Clayton и Bjorn Engquist (1977). Тие работеле на добивање и имплементација на параксијални вештачки граници за SH и PSV (England, Sabina & Herrera, March 6, 1979) бранови. Понатаму, модификација и подобрување на овие граници е направена од Stacey (February 1994). Liao и Wong (1984) даваат нов пристап во изведувањето и имплементацијата на вештачките граници во нумеричките модели преку екстраполационата формулација. Higdon (February, 1991) предлага и имплементира мултидирекциона формулација на вештачките граници.

Оваа магистерска работа е посветена на испитување на ефектите на вештачките граници на Stacey (December, 1988) при различен опсег на односот на брзините на пропагирање на компресионите Р бранови, α , и тангенцијалните SV сеизмички бранови, β . Кај најголемиот дел од материјалите односот помеѓу α и β лежи помеѓу 1.59 (кварцови) и 2.42 (нобиум). На пример, за челик, α/β е околу 1.83, и за алуминиум тој е 2.05. Во оваа магистерска работа стабилноста на вештачките граници на Stacey е испитана за вредности на α/β во овој опсег, но и за многу помали и многу поголеми вредности.

Паралелно со истражувањето на вештачките граници се вршело истражување и во подобрување на точноста на нумеричките шеми со кои се апроксимираат парцијалните диференцијални равенки во внатрешноста на пресметковниот домен.

К. R. Kelly и соработниците (1976) за решавање на брановата равенка од втор ред користат формулација преку поместувања на честичките од медиумот, која и до ден-денес е популарна во сеизмолошките истражувања. Подоцна истражувачите предлагаат нумерички шеми базирани на брзините и напоните на честичките од медиумот кои се со повисока точност (Coutant и соработниците, 1995) и Levander (1988) и кои се пофлексибилни за моделирање на нелинеарен одговор на пресметковниот модел.

Моделирањето на слободните површини со методот на конечни разлики било предмет на истражување од страна на повеќе истражувачи. Во почетокот се користеле „едностранни псевдојазли“ кои не биле многу точни. На крајот заклучокот бил дека ќе мора да се работи на алгоритам во кој ќе одат заедно стабилноста и точноста и кој ќе биде составен од склоп на подобри формулации. Симулацијата преку модели со конечни разлики ни дава вредни резултати како проблеми во сеизмологијата, така и во ултрасоничното недеструктивно тестирање, каде што површината најчесто е најважниот регион на истражување на одредени појави. Тоа значи дека колку ќе биде подобра апроксимацијата на слободната површина, толку поточни ќе бидат резултатите во пресметковниот модел. Многу истражувачи, како што споменавме погоре, ги истражувале причините за грешки во апроксимацијата на слободната површина. Доминантниот нестабилен мод често може да биде определен експлицитно (Stacey, 1994). Така, користејќи го пристапот може да се докаже дека апроксимацијата на Ilan (1975) е нестабилна доколку

$$\alpha > \sqrt{3} \cdot \beta \quad 1.1$$

каде што α и β се компресионата и тангенцијалната бранова брзина соодветно. Stacey (1988) користи пар од тестови (модови), U тест и W тест и докажува дека со текот на времето еден од нив почнува експоненцијално да расте. За најголемиот дел од материјалите односот помеѓу α и β лежи помеѓу 1.59 (сплотени кварцови) и 2.42 (нобиум). За челик α/β е околу 1.83 и за алуминиум тој е 2.05. Регионот на параметрите дефиниран од равенката

погоре е многу важен и во оваа магистерска работа се контролира стабилноста на моделот за различни односи α/β . Понатамошни нумерички истражувања на широк спектар на равенки на слободни површини покажуваат дека постојат скоро секогаш нестабилности кои го избегнуваат тестот. Но, сепак овие нестабилности имаат многу благ раст. Тие стануваат значајни само за многу долги компјутерски тестови и за многу практични употреби истите се сосема задоволителни.

Идејата на нумеричките методи за парцијално диференцијалните равенки е да се заменат изводите со мал, но конечно диференцен ограничен простор и временски чекор. Користејќи итеративна процедура, решението напредува временски и просторно. Во оваа магистерска работа, за решавање на брановата равенка во внатрешноста на пресметковниот модел, ќе ја имплементираме нумеричката шема на Kelly и соработниците (1976). Ова е експлицитната шема, со точност од втор ред, истовремено и во време и во простор $O(\Delta t^2, \Delta x^2)$. За вештачки граници ќе го имплементираме решението на Stacey (1988).

Моделирање на контактите меѓу два или повеќе различни медиуми е важен проблем кој треба да се реши со пресметковниот нумерички модел.

Според Mosco и соработниците (1997), пресметковните диференцни шеми кои се користени во апликациите на бранови пропагации, можат да се поделат на:

- хомогени шеми во кои граничните услови на континуитет и поместувањата и напоните се додадени експлицитно на контактните точки;
- хетерогени шеми во кои сите точки во внатрешниот пресметковен домен, вклучувајќи ги и контактните точки, се пресметани со иста формула.

Во најраните истражувања проблемите од браново пропагирање беа формулирани со бранова равенка од втор ред по поместувањето. Alterman и Karal (1968) користат хомогена формулација за решавање на браново пропагирање во почвен слој кој лежи на хомоген полупростор. Кај контактните точки меѓу полупросторот и почвениот слој, користејќи го континуитетот на напони и поместувања, тие вметнале додатни редови од фиктивни точки кои ги користеле за решавање на поместувањата кај контактот. По опфаќањето на

поместувањата кај контактот, движењето во следниот медиум може да биде пресметано користејќи го поместувањето кај граничните точки од претходниот медиум.

Boore (1972) ја предложил хетерогената шема. При надворешна точка m , тој го апроксимирал изводот преку

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\mu_{m+1/2}(u_{m+1} - u_m) - \mu_{m-1/2}(u_m - u_{m-1})}{\Delta x^2} \quad 1.2.$$

Кога овој извод се користи директно за равенки од втор ред, поместувањето кај граничната точка m е опфатено без експлицитно приложување на граничниот

услов за континуитет на напонот $\left(\mu \frac{\partial w}{\partial x} \right)_1 = \left(\mu \frac{\partial w}{\partial x} \right)_2$, каде што x е нормалата од

контактот кај согледаната точка и индексите ги репрезентираат двата медиума.

Boore (1972) ја третира слободната површина како специјален интерфејс со

$\mu_2 = 0$ и граничниот услов кај слободната површина, $\frac{\partial w}{\partial n} = 0$, каде што n е

нормално на слободната површина. Апроксимацијата на слободната површина, позната како вакуум формализам, била користена во проучување варијации на движење на тлото поради присуството на планина. Други шеми, како во Vidale и Clayton (1986), Levander (1988) и Hayashi и соработниците (2001), користат специјални формули за пресметување на потребните функции кај точките на слободната површина.

Kummer и соработниците (1987) ги апроксимирал мешаните изводи кои се појавуваат во равенките од P (притисок) и SV (кратење, во полето на пропагација) браново движење со проширување на првиот извод во специфична насока во термини од Тајлорови серии. На пример:

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial f(x_i, y_j)}{\partial y} + \Delta x \frac{\partial^2 f(x_i, y_j)}{\partial x \partial y} + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{\partial^3 f(x_i, y_j)}{\partial x^2 \partial y} \quad 1.3.$$

равенката погоре била тестирана и три други шеми за нивното однесување при прекините. Virieux (1986) ја претставил конечно диференцната шема од прв ред за SH (кратење, нормално на површината на пропагација) бранови со заменување на полето на поместување со брзината на честици и полето на тангенцијален стрес. Со оваа нова шема тој решил четвртина од површината, седиментен базен, проблем на солени базени (salt dome problem) за импулсивни

и површински бранови побудувања. Levander (1988) предложил $O(k^2, h^4)$ една развлечена мрежа. Подоцна била предложена шемата на Zwas, користена во динамика на гасови, за решавање на проблеми со пукнатини. Во сегашноста, авторите се најмногу загрижени за развивањето на мултимрежа и 3-D шеми. Точните шеми од висок ред, особено во просторот, можат да бидат приспособени со користење на повеќе соседни точки во матрицата.

2. ЦЕЛ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

2.1. Интеракција почва – структура

Партикуларниот проблем во оваа работа е интеракцијата на почва – структура со флексибилна основа. По својата природа, ова е 3-D проблем, бидејќи суперструктурата и основата се 3-D медиуми. За поедноставување, во овој труд само дводимензионални репрезентации од проблемот ќе бидат студирани со земање на една димензија (должината) од структурата и основата како бесконечни. За овој 2-D модел е истражуван само антиповршинскиот одговор предизвикан од пропагација на SH бранови.

Wong и Trifunac (1975) ја студирале сид – почва – сид интеракцијата со присуството на два или повеќе тангенцијални сидови, и Abdel – Ghaffar и Trifunac (1977) ја студирале почва – мост интеракцијата заедно и со семи-цилиндрична крута основа и за влезен површински SH бран. Други студии биле спроведени за да се анализира зависноста од интеракцијата на обликот на крутата основа. Wong и Trifunac (1974) ја решиле интеракцијата на тангенцијален сид подигнат на елиптичната цврста основа за плитки и длабоки вградувања. Биле студирани три различни гранични модели за почва – структура интеракција на вградена семи-циркуларна цврста основа и ги покажале разликите во нивното динамично однесување. Подоцна било заклучено дека без трансмитирачка граница сите модели произведуваат резонантно однесување и дека претставената амортизација во почвата не може адекватно да ја моделира радијациската амортизација.

Додека значајна анализа била произнесена надвор од феноменот на интеракција со цврста основа, само неколку неодамнешни публикации се справиле со флексибилната основа. Била решена интеракцијата од насип на флексибилна вградена основа и опишан истиот тој насип, но без присуство на

основа. Проценката била дека за степенот на крутост од основата и основата

$\frac{\mu_f}{\mu_s} > 20$, и за $\rho_f = \rho_s$ моделот со апсолутна цврста основа е приближно

валиден за многу анализи. Била направена анализа на модел во почва движење со 4 степени на слобода со 3 DOF на флексибилната основа и 1 DOF (хоризонтален) во суперструктурата и биле опишани зависностите на системските пропорции (ефективниот период и амортизацијата) со промената на геометријата за моделот.

Оваа работа е организирана во два дела. Првиот дел ја презентира теоријата, додека вториот дел илустрира апликација и резултат.

2.2. Вештачки граници

За динамична анализа на проблем дефиниран во бесконечен домен во термини на дискретни методи има потреба за граница наречена „апсорбирачка“, „вештачка“ или „нерефлектирачка“ транспарентна граница. Поради практични причини, пресметковниот домен мора да биде конечен и улогата на овие вештачки граници е да го заменат ефектот на скратен домен. Очиглено е дека оваа задача може да биде постигната само ако ние можеме да најдеме решение за непознатите количества при апсорбирачките граници.

Kausel и Tassoulas (1981) ги класифицирале границите кои се појавувале во брановите пропагациски проблеми во три групи:

- елементарни (нетрансмитурачки) граници,
- конзистентни (глобални) граници и
- инперфектни (локални) граници.

Во суштина, нема остра поделба помеѓу глобалните и локалните граници затоа што многу од локалните граници се содржани само од страна на кретењето на бесконечните серии содржани во некои глобални граници. Сепак, класификацијата овде е направена со идеи кои авторите ги користат во развивањето на границите.

2.3. Елементарни граници

На точките на елементарната граница се пропишани поместувањата или стресовите. Во првиот случај имаме од Dirichlet, а во вториот Neuman граничен

услов. Овие два условия се појавуваат кај постоечките физички граници, каде било границата е стрес-слободна, па така пропишаните стресови (просторните изводи од поместувањето) се нула или границата е фиксирана така што пропишаните поместувања се нула за целото време.

Кај вештачките граници, ненултните услови на Dirichel и Nueman можат да бидат додадени само за наједноставните проблеми во кои аналитичко решение постои кај границата. Ова е случај за чист полапростор проблем во кој решението може да се содржи во теоријата на брановите во која било точка од доменот, или за 1-D проблем на бранова пропагација во која при точката вештачка граница решението може да биде уникатно дефинирано од решението од соседната точка со менување на времето. Овие два примера се тривијални, но тие можат да се користат како тест примери за точност на моментални нумерички шеми кои опишуваат вештачка граница.

Ако кај границата се препишани нулто поместување (фиксна граница) или нулти стрес (слободна граница), границата се однесува како перфектен рефлектор, а енергијата рефлектирана назад во внатрешниот домен е еднаква на инцидентната енергија на границата. Фиксната граница го рефлектира инцидентното поле надвор од фазата, а слободната граница го рефлектира внатре во фазата.

Еден од истражувачите ги користел пропорциите добиени од фиксните и слободните граници и конструирал апсорбирачка граница со решавање на границата два пати, прво вклучувајќи го фиксниот по стрес-слободниот граничен услов.

2.4. Конзистентни (глобални) граници

Низ претходната декада, поради потребата од високоточни решенија на проблемите, вклучувајќи бесконечни домени, употребата на конзистентни граници стана атрактивна. Овие граници се перфектни апсорбери, но тие не можат лесно да бидат додадени во процедурите „марширање низ времето“, поради нивната нелокалност и во времето и во просторот. Оваа нелокалност доаѓа од термините кои се појавуваат во граничните равенки во трансформираниот (Laplace или Fourier) простор. Резултатот е во тоа што решението во граничната точка зависи од временската историја на решенијата во сите гранични точки.

Треба да биде покажано дека ова не е за 1-D проблеми во кои граничниот услов може да биде опфатен лесно во физичкиот простор. Понатаму, за Курантовиот број (Courant) $\frac{\beta \Delta t}{\Delta x} = 1$ дури нема никаква грешка од нумеричката шема, како што може да биде тестирано за случајот на линеарни и нелинеарни тангенцијални бранови сместени на 1-D линеарен полапростор.

Бил овозможен детален приказ од постоечките глобални и локални вештачки граници и покажал како да се користи различниот потенцијален метод за решавање проблеми во аеродинамиката. Клучната точка била да се елиминира влезното (рефлектираното) поле на границата. Решението на линеарната бранова равенка:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \beta^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad 2.1.$$

за просторниот бран може да биде напишано како $u = u(\omega t + k_x x + k_y y)$ и дисперзионата врска на решението е $\frac{\omega^2}{\beta^2} = k_x^2 + k_y^2$. Константно-фазните површини се простори дадени со равенката $\omega t + k_x x + k_y y = C$. Овие простори патуваат во просторот во правец $(-k_x, -k_y)$. Сега, ако пресметковниот модел е $x \geq 0$ и вештачката граница е при $x = 0$, тогаш решавајќи ја дисперзионата врска за k_x ние имаме

$$k_x = \pm \sqrt{\frac{\omega^2}{\beta^2} - k_y^2}. \quad 2.2$$

За дадените регулирања погоре и за позитивните радикали, влезните (рефлектирани) бранови од границата патуваат во позитивниот x правец и би требало да имаат $k_x < 0$. Ова кореспондира со знакот минус во изразот за k_x и спротивниот за излезните бранови.

Значајно истражување било направено на конструирање на вештачките граници, користејќи т.н. Dirichlet to Neumann (DtN) означување на вештачките граници. Идејата на овој пристап е да се претстави нормалниот извод од решението во термини од решението при границата.

Решението за поместувањето во поларните координати е пронајдено како серии од Hankel функции од прв тип. Следно, радијалните и трансверзалните

компоненти на поместувањето при границата $r=R$ се проширени во едноставни Фуриерови серии (Fourier) низ циркуларни координати. Споредувајќи ги сличните термини на овие два сета на серии, коефициентите на сериите кои ги вклучуваат функциите на Hankel се пронајдени, а со тоа и полето на поместување кај границата $r=R$. Користејќи го ова решение и релациите помеѓу тракциите и поместувањата, тракцијата во поларните координати при $r=R$ е вклучена. Финалниот чекор е да се оди назад до Картезиановите координати со добро познатата ортогонална трансформација. На овој начин, пресметковниот домен станува анулус со вештачката граница, како што надворешната граница и внатрешната граница со произволна форма се поместувањата каде, тракциите произволно се препишуваат. Оваа граница беше имплементирана во FE (finite element/конечен елемент) формулацијата. Ефектот од граничниот услов на стандардната FE шема е додавањето на додатна матрица \mathbf{K}^b , влезовите кои се бесконечни серии низ циркуларните координати во стандардната стабилна матрица.

Понатаму била развиена вештачка граница со елиптичен облик. Бил анализиран проблемот со расејување во домен на бесконечен флуид од разделувач со произволна форма со препишан Neumann услов при неговата граница. Пресметковниот модел беше затворен со елиптична вештачка граница. Главната грижа била да се задоволи радијациониот услов, кој во термини на притисок p (тангенцијалниот потенцијал за флуид е нула) во физички простор е даден како

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r^{1/2} (p_{,r} + \frac{\dot{p}}{c}) = 0. \quad 2.3.$$

Во овој труд ќе биде претставен еден систем кој преминува од стабилна во нестабилна состојба со доволен број на чекори за единица време. Имено, ќе бидат искористени два алгоритми на Stacey (P3,P4). Преку овие алгоритми ќе може да се осознае како се менува стабилноста со зголемување на коефициентот и зголемувањето на временскиот чекор. Оваа анализа би требало да биде од витално значење за понатамошни испитувања и пресметки при изградба на какви било објекти кои се од високо значење за целата околина и општеството и кај кои ризикот од природни катастрофи е многу голем за целиот жив свет.

3. МЕТОДИ НА ИСТРАЖУВАЧКАТА РАБОТА

3.1. Нумерички методи

Аналитичките методи ни дозволуваат да моделираме широк спектар на процеси во земјината наука и да уживаме во значаен успех во студиите за трајните деформации, како и за брановото пропагирање веќе долг период. Добро е познато дека својствени деформации во овие шеми го прават потребно поедноставувањето на геологијата со цел да се рендерираат диференцијалните равенки за да можат да се решат. Овој недостаток стана битен со растењето на реализацијата на високохетерогената природа на геолошките материјали. Во реалноста геолошките медиуми се дисконтинуирани на ранг на широка скала, составени од дискретни точки, сосед – сосед структурни особини и содржејќи ги и двете макроскопски и микроскопски делови. Развивањето на нумеричките шеми ни овозможува да студираме бранови пропагации низ сложени медиуми за кои аналитичкото решение до брановата равенка мора да биде сериозно скратено. Овие методи се имаат докажано како вредни, како начин за споредување на реални податоци опфатени низ сеизмички експлорации со синтетички податоци од нумерички модели. Тие, исто така, имаат овозможено увид во студиите за процесите како што се расејување на сеизмичките бранови за време на нивното поминување низ кората, што е тесно поврзан проблем со мојот проблем на истражување. Најпопуларната шема е методот на конечни разлики (FDM), кој ја решава брановата равенка со заменување на парцијалните изводи во просторот и времето со нивните апроксимации на конечни разлики. Решенијата ги вклучуваат сите трансмитирани и рефлектирани бранови, P до SV и SV до P конверзии, дифракции и расејување на бранови. Можат да се користат други методи, како што е граничниот метод на елементи, шемата на дискретни точки (DPS), кои не се базирани на брановата равенка туку на физиката на брановото пропагирање која се појавува на скалата на атомите.

Во денешно време нумеричката сеизмологија може да овозможи компјутерски симулации од пропагирањето на сеизмички бранови во внатрешноста на земјата, кои претставуваат непроценлива алатка за разбирањето на брановиот феномен, нивното генерирање и нивните последици. Симулацијата на комплетно, со висок ред на точност тридимензионално браново поле во реален медиум со комплексна геометрија

е сè уште голем предизвик. По работата на некои од научниците, како што е Virieux (1986), број на различни методи биле развиени и голем број на публикации во областа на симулацијата на пропагирањето на сеизмички бранови можат да се најдат во литературата. Сепак, подобреното знаење за потповршинската структура и потребноста да се осознаат геометриски сложените геолошки особини го имаат доведено развивањето на нумеричките методи кои користат нерегуларни, неструктурирани мрежи кои ја овозможуваат потребната геометриска флексибилност.

Разбирањето на нумеричките шеми е од голема важност за моето истражување, бидејќи за вештачките граници P3 и P4 на Stacey иситите шеми се користат при добивањето на резултатите што ги имам добиено.

Со првите пристапи кон нумеричките шеми била овозможена премногу мала точност за нивно имплементирање во проблеми од поголеми размери. По методот на спектрални елементи (SEM), кој бил претставен во полето на нумеричката сеизмологија, овие просторни шеми од висок ред биле и понатаму развивани.

3.2. Метод на дискретни точки

Методот на дискретни точки беше успешно имплементиран во физиката во последните 30 години. Потекнува од модели на цврста состојба од кристализирани материјали. Овие дискретни методи не ги решаваат директно равенките на континуум, на пример брановата равенка, туку тие се трудат да ја реплицираат основната физика на „микроскопска скала“, вклучувајќи дискретни микромеханички интеракциски правила на точките од дискретна природа. Хетерогената природа на геолошките материјали води до многу предизвици кога се моделираат различни феномени во природните структури. На пример, инкорпорирањето на фрактури кои можат да бидат незаварени интерфејси, течности во пората и комплексна топографија. Неконтинуираната природа на овие природни недостатоци е често поедноставена во ред да се дефинираат сетови на диференцијални равенки кои можат да бидат решени или аналитички или нумерички. Како што методите на честици не бараат равенки на континуум, тие нудат можни значења на инкорпорирање на оваа хетерогеност. Во механиката на карпите, методите на дискретни точки се состојат од честици кои репрезентираат блокови на недопрена карпа, во интеракција со локални

радијални и компресиони сили. Оваа методологија е користена да се моделираат брановото пропагирање, тектонските процеси и динамиката на земјотреси. Способноста да се инкорпорираат високохетерогени материјали е вродена на овие шеми, така што тие не бараат специјално внимание како што се експлицитните гранични услови. Со помош на овие методи се направени и 3D дискретни шеми и таканаречениот метод на еластична решетка.

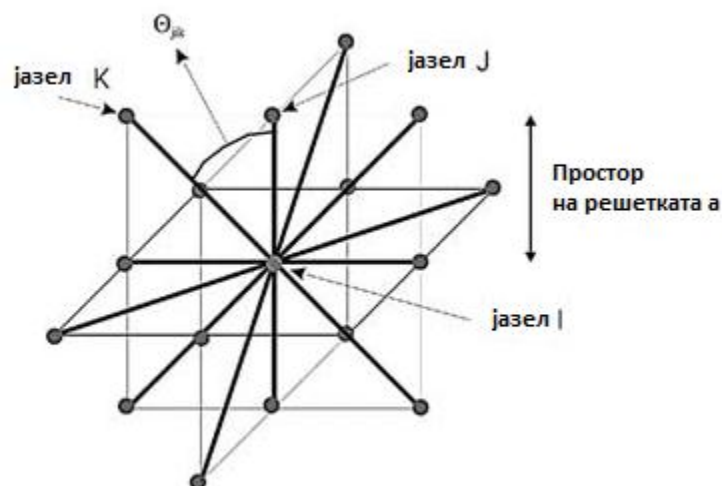
Методите на дискретни точки се успешно додадени на пропагацијата на сеизмичките бранови во две димензии. Toomey и Bean (2000) користеле шема на дискретни точки каде што точките биле подредени на триагуларна решетка и во интеракција со Хуковиот закон. Нивниот метод бил замрзнат на фиксиран индекс од 0.25 на Poisson.

3.3. Метод на еластична решетка

Методот на 3D ELM (метод на еластична решетка) за брановото пропагирање е составен од еластично цврсто тело кое е составено од редови на интерно поврзани пружини, подредени во решетка во форма на коцка. Истражувачите искористиле метод во којшто секој јазол има 18 соседи, како што е покажано во слика 1. Еластичната енергија E_i за јазелот i на решетката е претставена како

$$E_i = \frac{K}{2} \sum_{j=1}^{18} ([u_{ij}] \cdot n_{ij})^2 + \frac{c}{2} \sum_{jik} \left(\cos \theta_{jik} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 \quad 3.1.$$

K е модул на еластичност на пружината, c е крутост на свиткување и θ_{jik} аголот помеѓу честиците jik со јазелот i како теме на аголот. Поместувањето u_{ij} е векторот на поместувањето $(u_i - u_j)$ и x_{ij} е векторот кој ги поврзува јазлите x_i и x_j во недеформираната решетка и n_{ij} е $x_{ij} / |x_{ij}|$. Првиот член е интеракцијата на централната сила сумирана од сите 18 соседи и вториот член се однесува на свиткувањето и е сумиран преку сите агли jik .



Слика 1. Медиумот е составен од честички кои заемно дејствуваат една на друга преку Хуковиот закон и моментот на свиткување кој е пропорционален на θ_{jik} , аголот помеѓу точките jik . Методот користи кубна решетка со 18 соседи, кореспондирајќи на [100] и [110] правците на решетката

Figure 1. The medium is composed of particles that interact through Hooke's Law and a bond – bending force which is proportional to θ_{jik} , the angle between particles jik . The ELM uses a cubic lattice with 18 neighbours, corresponding to the [100] and [110] lattice directions

Густината на енергијата Φ е вкупната енергија зачувана во секоја пружина поделена на вкупниот волумен, каде што a е просторот помеѓу дијагоналните јазли

$$\Phi = \frac{1}{a^3} \sum_{i=1}^N E_i \quad 3.2.$$

3.4. Методи кои вклучуваат апсорбирање на граници

Во сеизмичкото моделирање со методите на конечни разлики нумеричкото решение на брановата равенка е пресметано преку конечен регион, чијашто големина најчесто зависи од меморијата на компјутерот. Пресметаното браново поле не зависи само од почетните услови, туку зависи исто така од

условите на краевите на конечниот модел. Во сеизмичкото моделирање воочуваме дека надвор од полето на пресметување не доаѓа никаква енергија, што претставува дека излезните бранови мора да бидат присутни близу до вештачките граници. Затоа, нерефлектирачките или апсорбирачките гранични услови треба да бидат специфицирани така што ќе ја имаат можноста да ја минимизираат енергијата која доаѓа од рефлексija на излезните бранови. Clayton и Engquist (1977) предложиле апсорбирачки гранични услови базирани на параксијалните апроксимации на акустичните или еластичните бранови равенки. Нестабилностите поврзани со методите на параксијалните апроксимации се наведени во Stacey (1988) за одредени вредности на соодносот на Poisson. Друг параксијален метод за акустично и еластично-браново моделирање врши комбинација на повеќе од една еднонасочна бранова равенка кај границата. Овие методи ефективно ги апсорбираат брановите, но се неуспешни во апсорбирањето на површинските бранови и брановите кои се движат паралелно во рабовите на моделот. Lysmer & Kuhlemeyer, (1969) предложиле граничен услов од прв ред, кој ги апсорбира како просторните така и површинските бранови. Најчесто апсорбирачките граници се опишуваат со парцијални диференцијални равенки од втор ред. Овие диференцијални равенки се апроксимираат најчесто со конечни разлики.

Во овој магистерски труд, јас ја истражувам ефикасноста на вештачките граници P3 и P4 на Stacey, за полесно разбирање на проблемот на истражување накратко се опфатени некои истражувања за вештачките граници од страна на други истражувачи.

3.5. Еднодимензионални апсорбирачки гранични услови

Dai и соработниците, (1994) го проучуваат брановото пропагирање во дводимензионален хетероген еластичен или порозивен медиум. Авторите го опишуваат одговорот преку систем од диференцијални равенки од прв ред,

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} + \mathbf{C} \mathbf{u} \quad 3.3.$$

каде што A , B и C се $n \times n$ матрици, содржејќи ги карактеристиките на медиумот како функции од x и z и u е вектор од n независни променливи, како што се компонентите од брзината на точките и напонот. Матрицата C прикажува нехомоген член. Кога би се решавал системот со метод на конечни разлики, потребен е специјален третман на пресметковните граници, така што брановите, кои се рефлексии од вештачките граници, имаат многу мали амплитуди.

Како што истражувачите на ова поле го унапредувале апроксимирањето на вештачките граници, така се унапредувала и апроксимацијата на слободната површина. При ширењето на бранот од неговиот извор, па до вештачките граници настануваат таканаречени вештачки рефлексии за кои е споменато понатаму во овој труд.

3.6. Пристапи кон модификации на брановото поле

При ширењето на брановите кон вештачките граници настануваат таканаречени вештачки рефлексии кои се одбиваат од границите (Dai и соработниците, 1994). Овие вештачки рефлексии се штетни за пресметковниот модел, доведуваат до неточни поместувања и истите треба да се намалат колку што е можно повеќе. Енергијата на вештачките рефлексии може да биде минимизирана со модифицирање на карактеристиките на пропагирање на излезните бранови близу границите. Прво е направена вештачка (апсорбирачка) граница за модификација на на едnodимензионалната скаларна бранова равенка. Понатаму овој концепт бил проширен за мултидимензионална бранова равенка. Вештачките граници се најточни кога излезните бранови се во правец нормален на вештачката граница. На пример, на долната граница, модифицираната бранова равенка е изразена како

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = m(z) \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} + m(z) \mathbf{C} \mathbf{u} \quad 3.4.$$

$m(z)$ е мазна монотона функција

$$m(z) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{z - H + L}{L} \pi\right), \quad 3.5.$$

$$z \in (H - L, H), \quad 3.6.$$

каде што L е дебелината на лентата и H ја означува длабочината на границата. Карактеристичните брзини во правецот x се еднакви на сопствените вредности на матрицата $m(z)$ A , $m(z)\lambda_i$. Во зоната на транзиција, карактеристичните брзини во правецот x се модифицирана така што тие стануваат нули при долната граница. На тој начин, брановите кои одат надолу излегуваат на долната граница под нормални агли.

3.7. Параксијални апроксимации

Точните равенки за еластичен бран во хомогена средина се

$$U_{tt} = \alpha^2 U_{xx} + \beta^2 U_{zz} + (\alpha^2 - \beta^2) W_{xz} \quad 3.7.$$

$$W_{tt} = \beta^2 W_{xx} + \alpha^2 W_{zz} + (\alpha^2 - \beta^2) U_{xz} \quad 3.8.$$

каде што U и W се вертикалните и хоризонталните поместувања, и α и β се лонгитудиналните и трансверзалните бранови брзини.

Параксијалните апроксимации ќе бидат земени предвид во случајот на хоризонтална внатрешна граница, каде што z е максимално. Clayton и Engquist (1977) извеле две апроксимации, P1:

$$U_z = -\frac{1}{\beta} U_t \quad 3.9.$$

$$W_z = -\frac{1}{\alpha} W_t \quad 3.10.$$

и P2:

$$U_{zt} = -\frac{1}{\beta} U_{tt} + \frac{\beta - \alpha}{\beta} W_{xt} + \left(\alpha - \frac{1}{2}\beta\right) U_{xx} \quad 3.11.$$

$$W_{zt} = -\frac{1}{\alpha} W_{tt} + \frac{\beta - \alpha}{\alpha} U_{xt} + \left(\beta - \frac{1}{2}\alpha\right) W_{xx} \quad 3.12.$$

Три нови параксијални апроксимации ќе бидат дадени овде. P3 – како P1 – користи само изводи од прв ред, но дава поголема точност:

$$U_z = -\frac{1}{\beta} U_t + \frac{\beta - \alpha}{\beta} W_x \quad 3.13.$$

$$W_z = -\frac{1}{\alpha} W_t + \frac{\beta - \alpha}{\alpha} U_x \quad 3.14.$$

Другите апроксимации, како што е P2, користат само изводи од втор ред. P4 е од исти ред на точност како и P2, но ги избегнува временските изводи на десната страна:

$$U_{zt} = -\beta U_{zz} + (\beta - \alpha) W_{xz} - (\alpha - \frac{1}{2} \beta) U_{xx} \quad 3.15.$$

$$W_{zt} = -\alpha W_{zz} + (\beta - \alpha) U_{xz} - (\beta - \frac{1}{2} \alpha) W_{xx} \quad 3.16.$$

Конечно P5 е даден како:

$$U_{zt} = -\beta U_{zz} + \frac{\alpha - \beta}{\alpha - 2\beta} [W_{tx} + 2\beta W_{xz}] + \frac{\alpha\beta}{2(\alpha - 2\beta)} U_{xx} \quad 3.17.$$

$$W_{zt} = -\alpha W_{zz} + \frac{\beta - \alpha}{2\alpha - \beta} [U_{tx} + 2\alpha U_{xz}] + \frac{\alpha\beta}{2(\beta - 2\alpha)} W_{xx} \quad 3.18.$$

Равенките се во некој мал степен покомплицирани, но P5 е поточен од сите други апроксимации.

3.7.1. Грешки во апроксимациите

За да се пристапи до грешките е потребно да се земе предвид природата на параксијалните апроксимации и да се опише физичката реалност.

Секое нарушување во цврсто тело може да се реши во неговите лонгитудинални и трансверзални компоненти во различни правци. Да го дефинираме θ да биде аголот кој правецот на бранот го прави со нормалната до интерналната ($\max z$) граница. Поместувањата кај двата типа на бранови кај аголот θ можат да бидат напишани:

$$U = c \cdot f(cz + sx - \beta t) + s \cdot g(cz + sx - \alpha t) \quad 3.19.$$

$$W = -s \cdot f(cz + sx - \beta t) + c \cdot g(cz + sx - \alpha t) \quad 3.20.$$

каде што

$$s = \sin \theta, \quad c = \cos \theta. \quad 3.21.$$

Генерално, f и g ќе бидат главни функции во зависност исто така од θ и комплетното поместување ќе вклучи интеграл преку θ . Овде ќе биде доволно да се земат предвид само уште равенките (13) и (14).

Параксијалните апроксимации тргнуваат од сознанието дека близу до внатрешната граница има побуди кои се пропагираат нанадвор.

Од

$$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq +\frac{\pi}{2} \quad 3.22.$$

следува

$$c = +\sqrt{1-s^2} = 1 - \frac{1}{2}s^2 + \dots \quad 3.23.$$

Различните параксијални апроксимации се задоволени со (13) и (14) се до даден ред во експанзијата на степени од s . Според тоа, тие се точни кај $\theta = 0$ и стануваат премногу брзо неточни како расте s . Колку е повисок експонентот на s , толку ќе биде поточна границата. Грешките од водечки ред беа пресметани користејќи ги равенките (3.9) до (3.18) во сите равенки погоре. Резултатите се следниве:

$$\underline{P1} \quad Error(U) = \left(\frac{\alpha - \beta}{\beta} \right) g' \cdot s^1 + O(s^2) \quad 3.24.$$

$$Error(W) = \left(\frac{\alpha - \beta}{\alpha} \right) f' \cdot s^1 + O(s^2) \quad 3.25.$$

$$\underline{P2} \quad Error(U) = -\frac{(\alpha - \beta)^2}{2\beta} g'' \cdot s^3 + O(s^4) \quad 3.26.$$

$$Error(W) = \frac{(\alpha - \beta)^2}{2\alpha} f'' \cdot s^3 + O(s^4) \quad 3.27.$$

$$\underline{P3} \quad Error(U) = \left(\frac{2\alpha - \beta}{2\alpha} \right) f' \cdot s^2 + O(s^3) \quad 3.28.$$

$$Error(W) = \left(\frac{2\beta - \alpha}{2\alpha} \right) g' \cdot s^2 + O(s^3) \quad 3.29.$$

$$\underline{P4} \quad Error(U) = \frac{1}{2}(\beta - \alpha)g'' \cdot s^3 + O(s^4) \quad 3.30.$$

$$Error(W) = \frac{1}{2}(\beta - \alpha)f'' \cdot s^3 + O(s^4) \quad 3.31.$$

$$\underline{P5} \quad Error(U) = \frac{\alpha\beta}{4(\alpha - 2\beta)} f'' \cdot s^4 + O(s^5) \quad 3.32.$$

$$Error(W) = \frac{\alpha\beta}{4(\beta - 2\alpha)} g'' \cdot s^4 + O(s^5) \quad 3.33.$$

Генерално, секоја нестабилност ќе ја уништи искористливоста на формулациите ако анализата е долга, односно бројот на чекори е голем. Сепак, во повеќе случаи до неколку илјади чекори е неопходно да се оди со цел да се направат потребните калкулации. Понегаш се доволни само неколку стотини чекори. Ако во дадениот интервал од време главните нестабилности растат само во многу мал број, или не растат доволно за да станат значајни, тогаш формулацијата може да се користи за да се генерираат корисни резултати исто како да е целосно стабилен системот.

Добро мерење од тоа колку далеку може да се оди со чекорите без да се наиде на проблеми со стабилноста е овозможено од страна на „корисниот живот“. Нестабилните модови генерално почнуваат во формулацијата како екстремно мали величини. Понатаму тие можат да растат многу илјади пати пред истите да станат важни односно да го направат нестабилен целиот систем. „Корисниот живот“ е дефиниран како број на итерации сè додека нестабилниот мод не порасне за илјада пати. Тоа изгледа вака:

$$useful\ life = \log(1000) / \log(\max \{abs(\Gamma)\}). \quad 3.34.$$

3.8. Стабилноста од широк агол на апсорбирачките гранични услови за брановата равенка

Многу геолошки проблеми, вклучувајќи го и моделирањето на Земјината кора и сеизмичкото истражување за гас и нафта, се проблеми во брановото пропагирање, барајќи решение на дводимензионалната (2-D) бранова равенка. Во добивањето на нумеричко решение, суштински бесконечен домен е мапиран на конечен регион со вештачки граници. Идеално, решението пресметано на конечниот регион би требало да се совпаѓа со решението за слободен – простор. Предвидувајќи дека нема надворешни механизми кои предизвикуваат повратни рефлексии назад во доменот, вештачките граници би требало да симулираат надворешно зрачење на енергија. Секој преостанат сигнал кој е рефлектиран е, со надеж на авторите, премногу мал за да ги контаминира резултатите. Додека ефективен, овој пристап е компјутерски скап. Алтернативата, која е истражувана на многу различни начини, е да се користат апсорбирачки гранични услови. Clayton и Engquist (1977) користеле параксијални гранични услови кои се перфектно апсорбирачки за зраци со

нормален упад. Исто така, биле конструирани гранични услови со директно работење со диференцни апроксимации со цел да се минимизира амплитудата на рефлексјата. Слично бил минимизиран коефициентот на рефлексја со факторирање на диференцијалната равенка. Параксијалните апроксимации се базирани на апроксимација на дисперзијата на еднонасочната бранова равенка. За полиноми, оваа апроксимација е апроксимација преку Тајлоров ред, а за рационална функција, таа претставува Padé апроксимација.

3.9. Услови за апсорбирачки граници за нумеричка симулација на бранови

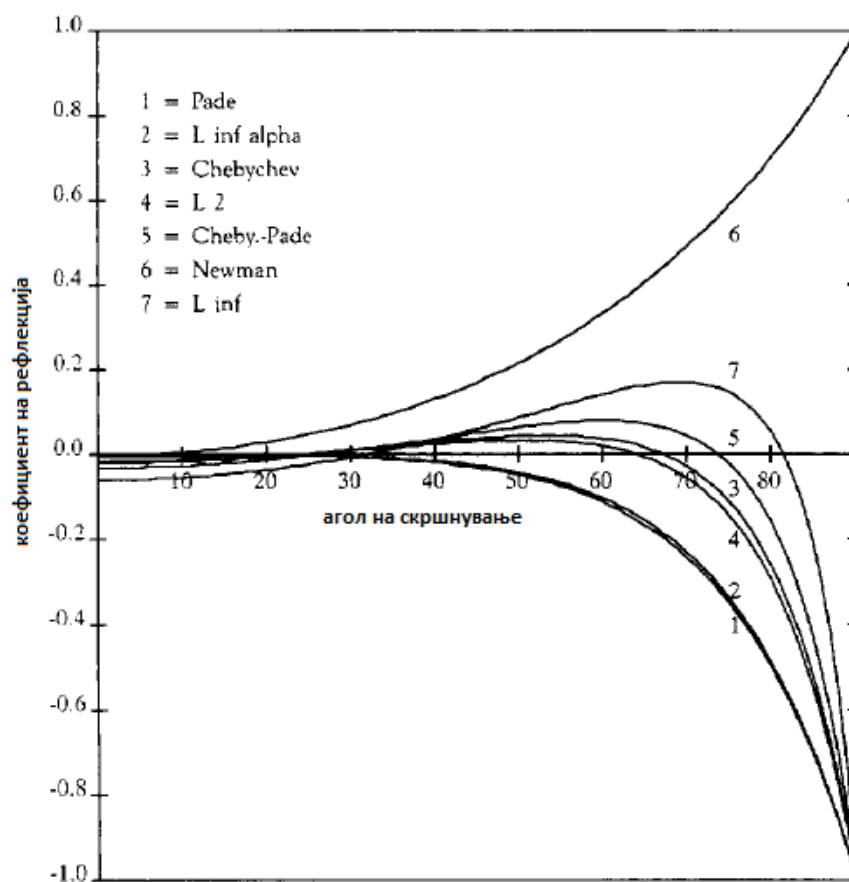
Во практичните пресметки е често од суштинско значење да се претстават вештачките граници за да се лимитира реонот на пресметување. Развиени се систематски методи за опфаќање на хиерархијата на локалните гранични услови при овие вештачки граници. Овие гранични услови не гарантираат само стабилни диференцијални апроксимации, туку исто така ги минимизираат (нефизичките) вештачки рефлексии кои се појавуваат кај границите.

Научни дисциплини кои користат вештачки граници се, на пример, геофизичките пресметки вклучувајќи акустични и еластични бранови и голем број проблеми во динамиката на флуиди. Граничните услови секогаш ќе бидат потребни за да гарантираат уникатно добро поставено решение на диференцијалната равенка. Од друга страна пак, ова е потребен услов за стабилна диференцна апроксимација. Секако, овие вештачки граници се само пресметковна потребност и немаат физичка важност. На тој начин, голема е потребата да се дизајнираат гранични услови за овие вештачки граници кои ги минимизираат амплитудите на рефлектираните бранови. Дизајнирањето на овие гранични услови при вештачките граници би била со следниве карактеристики:

- Граничните услови заедно со диференцијалната равенка која го опишува проблемот во внатрешноста гарантираат добро поставен мешовит проблем со почетни и гранични услови;
- амплитудите од рефлексионите коефициенти од овие гранични услови се колку што е можно помали;
- овие гранични услови се локални.

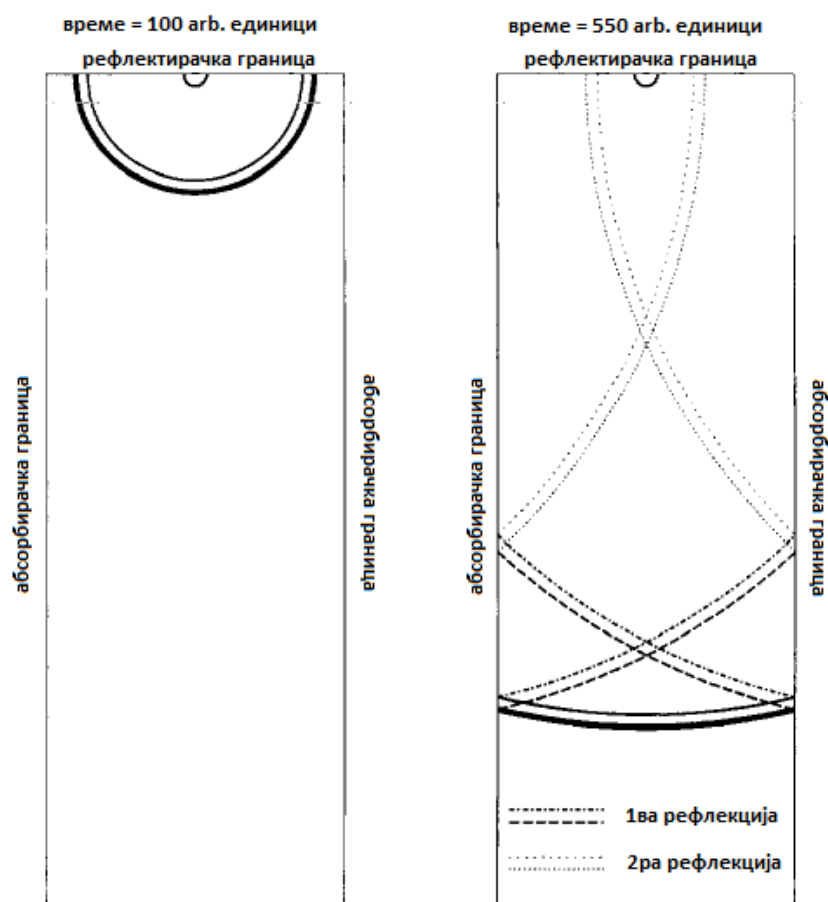
Со користење на развиената теорија за рефлексција на сингуларности може да се развијат перфектни апсорбирачки гранични услови (со коефициенти на рефлексција идентични на нула) за генералните системи од променливи коефициенти од хиперболичните диференцијални равенки. За несреќа, овие гранични услови се нелокални и во просторот и во времето и според тоа не се корисни за практични пресметки. Сепак, можно е да се апроксимираат овие перфектни нелокални апсорбирачки гранични услови по хиерархии од локалните гранични услови, така што погорните услови се задоволени. Нумеричките експерименти ги поддржуваат овие заклучоци.

3.10. Тестирање на коефициентите на рефлексција на апсорбирачките граници



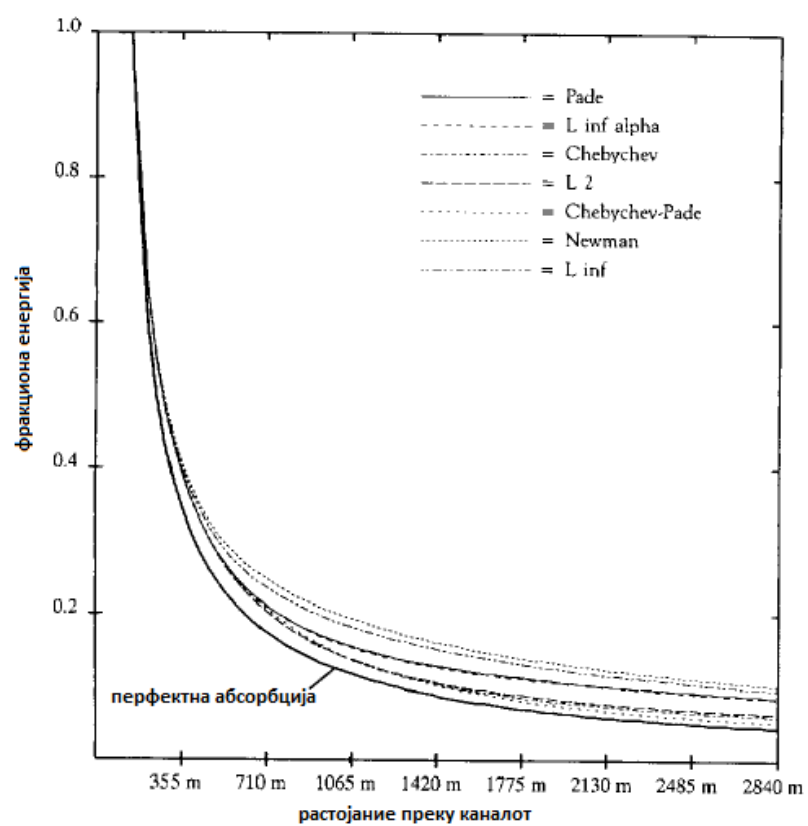
Слика 2. Коефициенти на рефлексција во зависност од аголот на скршнување мерени од нормалата

Figure 2. Reflection coefficients against angle of incidence measured from the normal



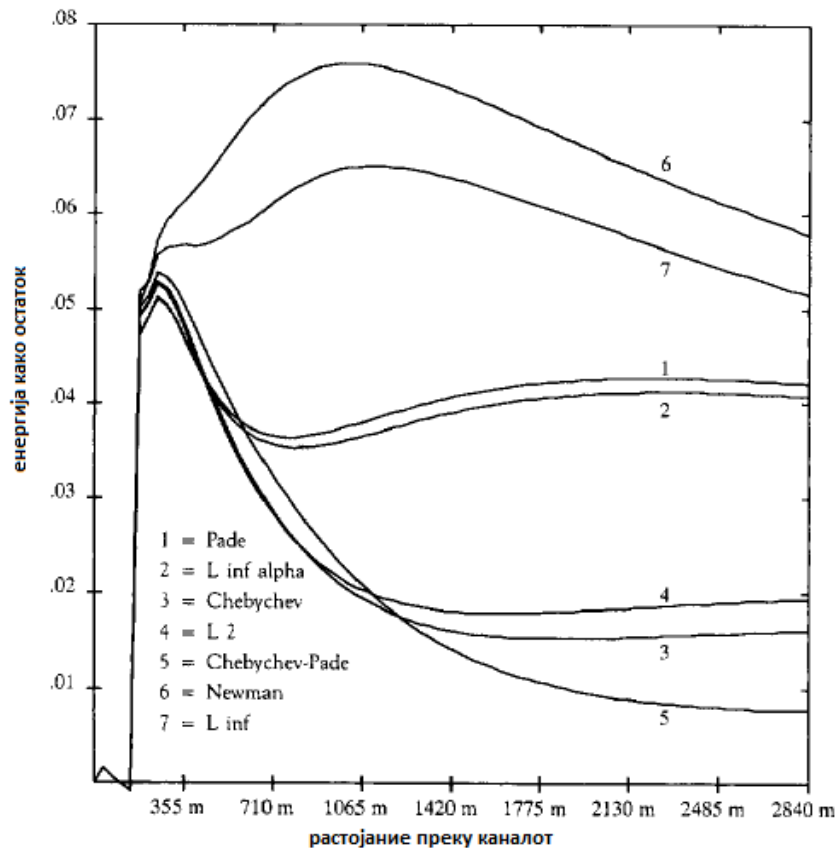
Слика 3. Ширење на рефлекциите во единица време (Renaut & Petersen, 1989)

Figure 3. Spreading of the reflection waves in time (Renaut & Petersen, 1989)



Слика 4. Фракционата енергија како функција од позицијата во каналот

Figure 4. Fractional energy as a function of the position in the channel



Слика 5. Енергија што се појавува како остаток (разликата помеѓу секоја од кривите од претходната слика и случај на перфектна апсорпција) во зависност од позицијата во каналот

Figure 5. Residual energy (difference between each of the curves in previous picture and the perfect absorption case) against position in channel

Во нумерички тест, акустичен пулс се пропагира надолу во длабок 2-D простор со апсорбирачки граници на сите страни освен на врвот, кои се тотално рефлектирачки. Просторот е 400 метри широк и варира од 2.000 до 3.000 метри во длабочина, зависно од големината на користениот Курантов број. Почетниот пулс почнува на центарот на горната граница (види слика 3). Како што пулсот се движи надолу низ просторот, можно е да се одреди рефлектираната енергија преку интегрирање на акустичната енергија низ просторот при секој временски чекор. Вкупната енергија на пулсот заедно со просторот, нормализирана со респект на почетниот пулс, е пресметана како функција од позицијата на бранот кој патува надолу користејќи ја функцијата за енергија

$$Energy = C \cdot \sum_{j,k} (U_{nk}^j)^2. \quad 3.35.$$

Ова е поедноставување на вистинската функција за енергија, но работи добро по изминати неколку временски чекори. Од резултатите може да се одреди која апроксимација апсорбира најдобро близу краевите на удар.

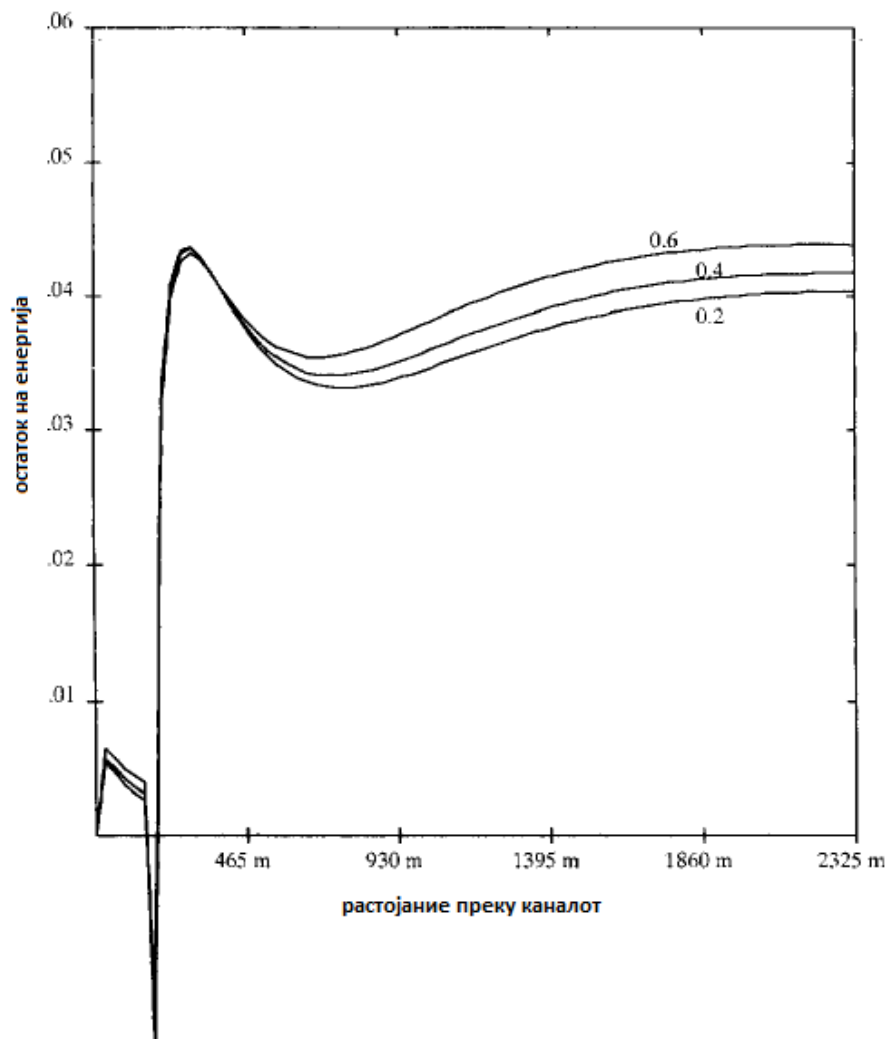
Тестовите се направени за Курантовиот број $\mu = c(\Delta t / \Delta x)$, во граници од 0.2 до 0.6 на мрежа од конечни разлики, со растојанија во мрежа од 2.5 метри. На тој начин, излезната бранова брзина е од 1.000m/s до 3.000m/s. Почетно сите апроксимации се споредени со Курантовиот број. Резултатите се прикажани на слика 4 и слика 5. Кривата „перфектната апсорпција“ во слика 4 е едноставна функција која претставува бесконечно тенок бран. Другите податоци се споредени на ова со цел да се даде поточен граф. Кривите во слика 5 се оние од слика 4 со кривата на перфектната апсорпција одземена: перфектната апсорпција во слика 5 е само $y = 0$ линијата.

Може да се забележи дека слика 4 покажува особини слични на оние во слика 2. Кривите *Pade* и L_α^∞ се слични една на друга во двете слики, како што се резултатите од Chebyshev и L^2 апроксимациите. Најизненадувачкото набљудување е остатокот од енергијата од Newman шемата. За разлика од Chebyshev – Pade апроксимацијата, која демонстрира добра апсорпција близу границата, Newman шемата изгледа како да има премногу енергија рефлектирана нагоре за да произведе мал остаток на енергија надолу. Овие тестови ги потврдуваат теоретските претпоставки од слика 2:

- Pade го има најмалиот коефициент на рефлекција за нормален упад (близу 0°);
- Pade или L_α^∞ е супериорна близу нормален упад;
- Chebyshev е супериорен близу $45^\circ - 50^\circ$ упад;
- Chebyshev – Pade дава најмал остаток на енергија за упаден агол поголем од околу 70° .

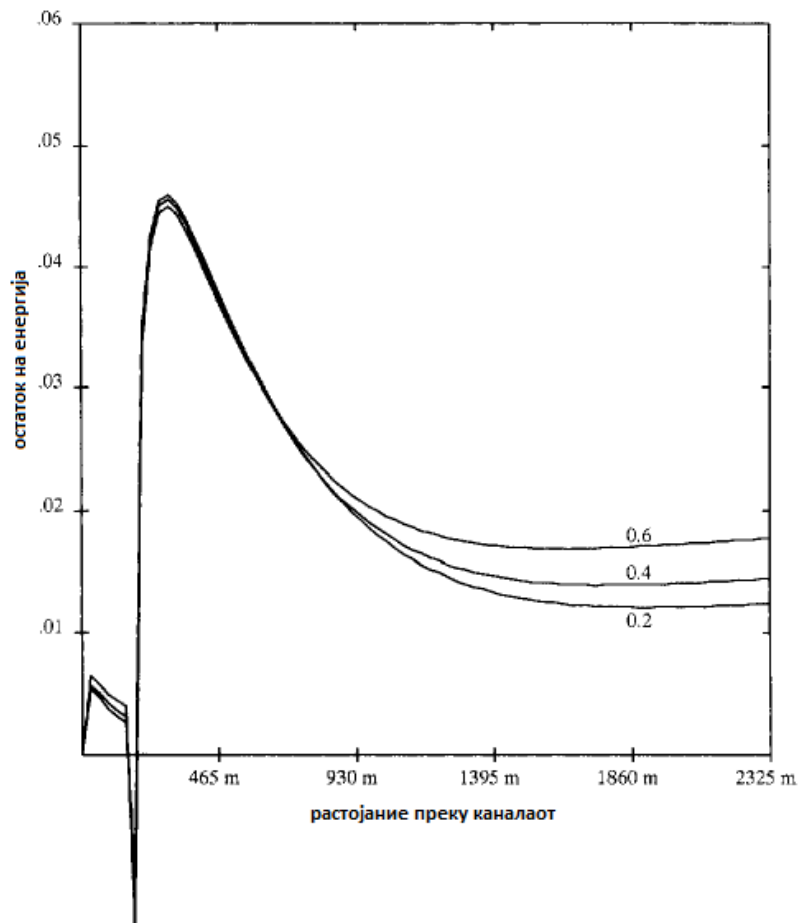
Тестовите се исто така направени со иста апроксимација, но со Курантови броеви од 0.2, 0.4 и 0.6. Некои од овие резултати се покажани во сликите 6, 7 и 8. Во сите случаи, поголемиот Курантов број произведува помала рефлектирана енергија при нормален упад, но помалиот Курантов број

произведува помала рефлектирачка енергија при површински упад. Остатокот на енергија за Chebyshev – Pade апроксимацијата се разнесува кога бранот достигнува околу 1.600 метри.



Слика 6. Остаток на енергија за три Курантови броеви користејќи Pade апроксимација

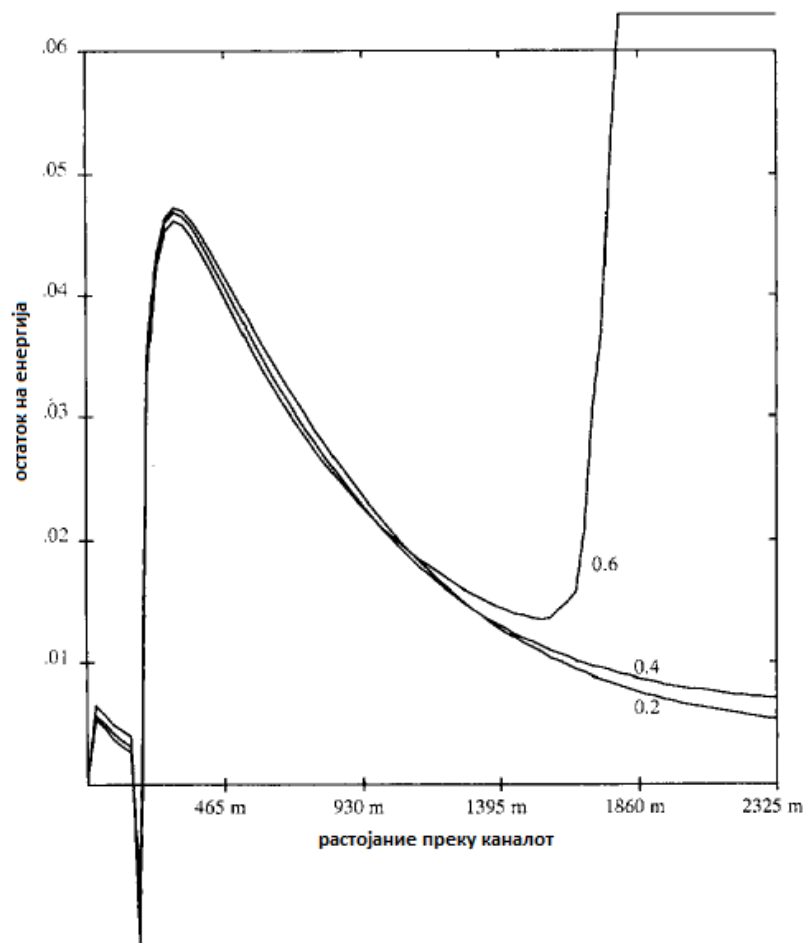
Figure 6. Residual energy for three Courant numbers using the Pade approximation



Слика 7. Остаток на енергија за три Курантови броеви користејќи ја Chebychev апроксимацијата

Figure 7. Residual energy for three Courant numbers using the Chebychev approximation

Може да се примети дека остатокот на енергија близу 300 метри во сликата 5 е поголем отколку еквивалентите на остаток на енергија во сликите 6, 7 и 8. Ова несовпаѓање се појавува поради позицијата на бранот која беше одбрана различно во слика 5. Како и да е, додека во слика 5 се споредуваат резултати од методите, така во секоја од сликите 6, 7 и 8 се споредуваат резултати за Курантовите броеви за даден метод, па така интерпретацијата на резултатите е сè уште валидна.

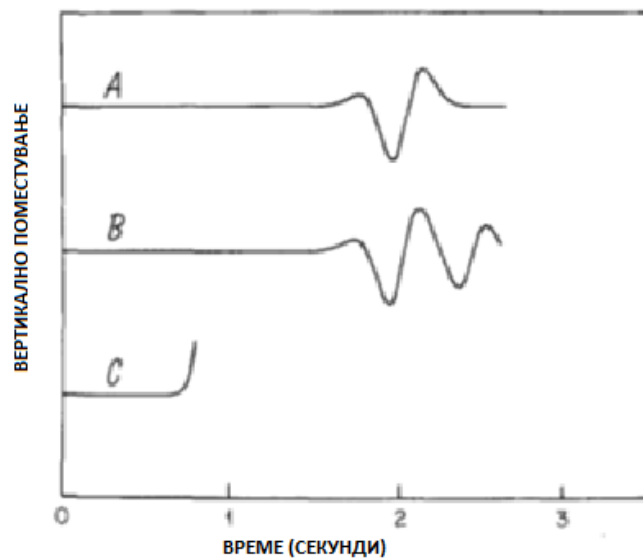


Слика 8. Остаток на енергија за три Курантови броеви користејќи ја Chebychev – Pade апроксимацијата

Figure 8. Residual energy for three Courant numbers using the Chebychev – Pade approximation

3.11. Апсорбирање на граници

Стабилноста на апсорбирачките граници се однесува на односот од SV- и P- брановите брзини β/α . Експериментирајќи со овој однос, авторите на Renaut & Petersen (1989) докажале дека нестабилноста се појавува кога односот е помал од 0.46. Нестабилноста на апсорбирачките граници може да се види на слика 9.



Слика 9. Нестабилноста на апсорбирачките граници

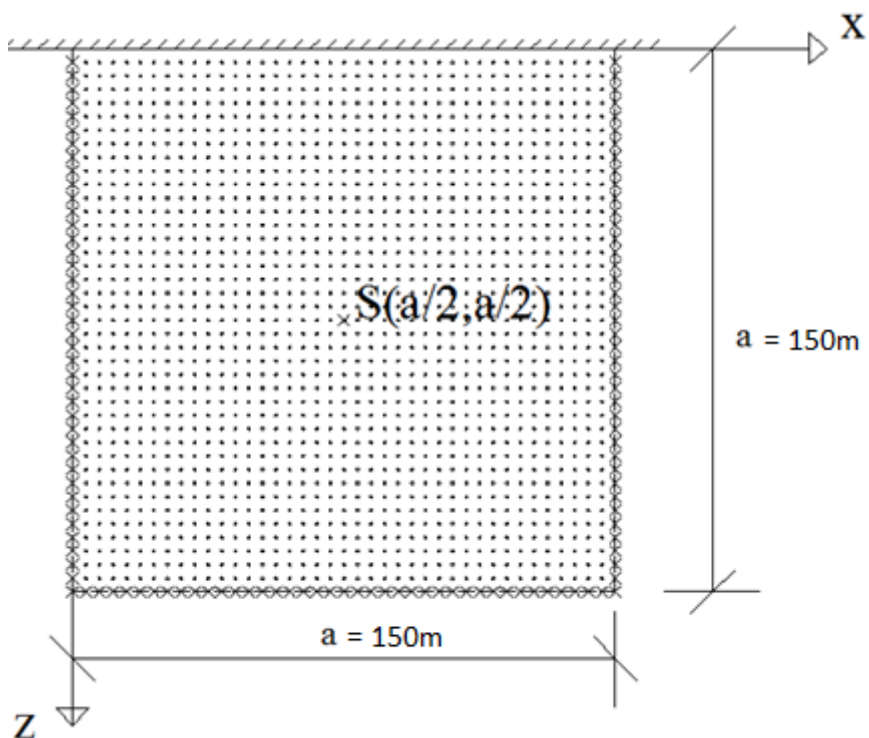
Figure 9. Instability of absorbing boundaries

За да се докаже нестабилноста, еден од многуте експерименти кои биле направени бил и моделот со 304×304 точки со внатрешна конечно-диференцијална шема модифицирана на правоаголни координати. Изворот бил дефиниран како линија на извор со $t_s = 0.6$ и $\xi = 50$. Во двата правци големината на мрежата била иста $\Delta x = \Delta y = 0.01 \text{ km}$, временскиот чекор бил $\Delta t = 0.04375 \text{ s}$ и брзините $v_p = 2.0 \text{ km/s}$ и $v_s = 0.5 \text{ km/s}$, со густина на површината $\rho = 1.3 \text{ gm/cm}^3$. Трите линии на слика 4 се: А – модифицирана апсорбирачка граница од авторите; В – рефлектирачка граница; С – апсорбирачка граница. Линијата А не се разликува од аналитичкото решение за цел – простор, линијата В е строго контаминирана со рефлекцијата од десната граница од моделот и линијата С јасно ја демонстрира нестабилноста од апсорбирачките граници со однос $v_s/v_p < 0.46$.

Во мојот случај на испитување целта е да се докаже за кој однос помеѓу брзините на брановите системот јавува најмала односно најголема грешка, а со тоа и дали одговара на резултатите од други научници, што ќе биде и понатаму главна цел во овој магистерски труд.

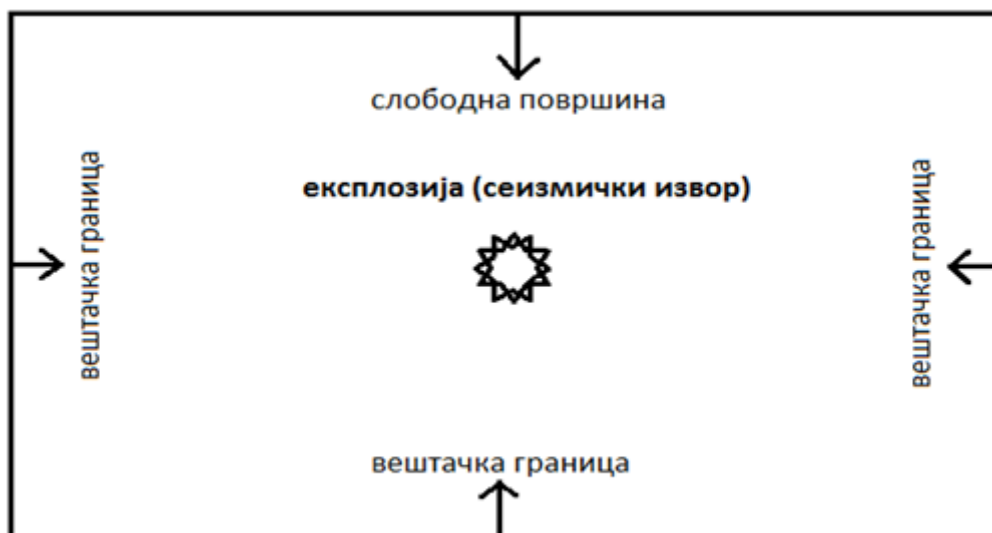
3.12. Математички модел

Ефективноста на вештачките граници P3 и P4 на Stacey е истражувана на математички модел кој се состои од 2-D медиум, во правоаголна форма 150м x 150м (слика 10). Во секој правец има 75 интервали на еднакво растојание од 2м. Овој дел од медиумот би требало да го репрезентира скратениот модел од целосниот медиум. За медиумот земаме дека е хомоген и изотропен со брзини на пропагирање на тангенцијалните и компресионите бранови v_s и v_p соодветно . Односот помеѓу тангенцијалните и компресионите брзини ќе биде во интервал на испитување од 1.5 до 7. Кај точката (75, 75) експлозивен извор е додаден.



Слика 10. Тест модел

Figure 10. Test model



Слика 11. Почвен отсечок кој вклучува извор на експлозија, слободна површина и три вештачки граници

Figure 11. Soil part that includes source of explosion, free surface and three artificial boundaries

3.12.1. Равенка на движење

Во моделот е претпоставено дека хоризонталната оска е x оската, со позитивни вредности кои се зголемуваат од лево на десно, и вертикалната оска е z оска, со позитивни вредности кои се зголемуваат надолу. Почетната точка $(0,0)$ е поставена на горниот лев агол од моделот. Со оваа конфигурација, две парцијални диференцијални равенки можат да се искористат за да се опише движењето на P – брановите и SV – брановите. Другите тангенцијални бранови, хоризонтално поларизирани SH бранови не се вклучени во анализата, затоа што тие не се во комбинација од претходно споменатите P – бранови и SV – бранови. Така двете равенки на движење во еластодинамиката, опишувајќи го пропагирањето на брановите се:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) \quad 3.36.$$

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} \right) \quad 3.37.$$

Во оваа равенка u и w се хоризонталното и вертикалното поместување соодветно. Густината на медиумот е изразена со ρ додека λ и μ се Lamé параметрите. Со t е претставено времето.

Брзините на Р – брановите и S – брановите, v_s и v_p соодветно, се зависни од карактеристиките на медиумот и можат да се претстават со следниве равенки:

$$v_p = \sqrt{\frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho}}; \quad v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad 3.38.$$

3.12.2. Почетни услови

При време $t=0$ се претпоставува дека нема движење во земјата и притоа поместувањата се $u=w=0$. Додека нумеричкиот модел е експлицитен, два временски чекора се потребни за да се пресмета следниот, се мисли на тоа дека поместувањата при време $t=1$ би требало исто така да се препишат. При $t=1$ претпоставив дека само при изворната точка (слика 10) побудувањето е активирано.

3.12.3. Гранични услови

Бесконечниот медиум е направен конечен, па оттука и пресметуван, со претставување на вештачките граници. Зависно од проблемот, различни гранични услови може да се користат на рабовите: апроксимирана – радијација услов (репрезентирајќи го бесконечниот медиум), нулти напон услови (исто така познати како Neuman услови или слободна – површина услови), или нулта брзина услови еквивалентни на нулто – поместување условите (познати како Dirichlet граници на крута површина).

Со цел да се добие пореалистичен модел, за горната граница, $z=0$, (слободна површина) се користат исто така гранични услови. Ова значи дека напоните ∂_z и τ_{xz} се нула, од каде следува:

$$\begin{aligned} (\alpha^2 - 2\beta^2) \frac{\partial u}{\partial x} + \alpha^2 \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad 3.39.$$

Другите три гранични услови (при $x=0; x=a$ и $z=a$) кои беа имплементирани во овој модел се базирани на параксијални апроксимации. Истражувачите презентирале гранични услови кои се нелокални и во времето и во просторот како што е споменато и претходно. Овој граничен услов не е

практичен од компјутерска гледна точка, бидејќи за да се определи поместувањето во едно временско ниво при една единствена точка се потребни информации од сите претходни времиња од точките од целата граница. Поради тоа авторите развиле високоапсорбирачки апроксимации и ги користеле истите за да имплементираат граница која ќе биде локална и колку е можно апсорбирачка.

Главната карактеристика од параксијалната апроксимација е тоа што бранот кој оди нанадвор од моделот може да се оддели од бранот кој се движи внатре во моделот. Низ границата, параксијалните апроксимации може да се искористат да се моделира само енергијата која се движи надвор и оттука да се намалат рефлексииите. Граничните услови се стабилни и компјутерски ефикасни, во тоа што тие бараат отприлика исто компјутерски ресурси како и при точка во внатрешноста на моделот со конечни разлики.

Авторите на оваа граница, Engquist и Clayton, во нивните журнари (1977) работеле на еластичната бранова равенка во следнава форма:

$$u_{tt} = D1_{uxx} + H_{uxz} + D2_{uzz} \quad 3.40.$$

каде:

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{хоризонтално поместување} \\ \text{вертикално поместување} \end{bmatrix}$$

$$D1 = \begin{bmatrix} \alpha^2 & 0 \\ 0 & \beta^2 \end{bmatrix} \quad H = (\alpha^2 - \beta^2) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D2 = \begin{bmatrix} \beta^2 & 0 \\ 0 & \alpha^2 \end{bmatrix} \quad 3.41.$$

и α и β се компресионата и тангенцијалната брзина соодветно. Тие ги анализираше следниве две параксијални апроксимации:

$$A1: u_z + B1u_t = 0; \quad 3.42.$$

$$A2: u_{tz} + C1u_{tt} + C2u_{tx} + C3u_{tx} = 0 \quad 3.43.$$

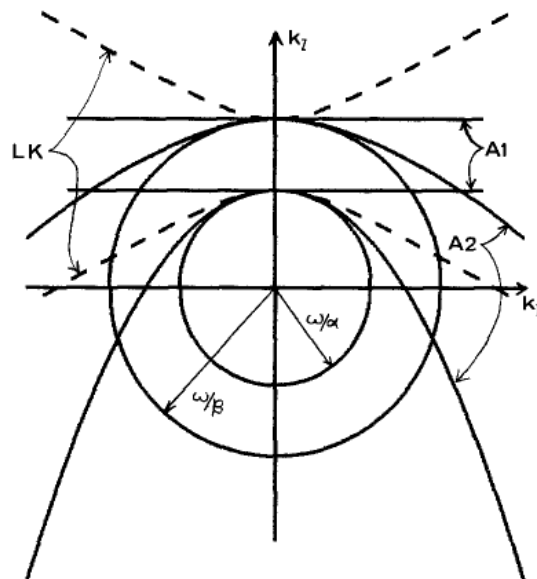
Новите три матрици што тие ги претставиле во равенките се:

$$B_1 = C_1 = \begin{bmatrix} 1/\beta & 0 \\ 0 & 1/\alpha \end{bmatrix} \quad 3.44.$$

$$C_2 = (\beta - \alpha) \begin{bmatrix} 0 & 1/\beta \\ 1/\alpha & 0 \end{bmatrix} \quad 3.45.$$

$$C_3 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \beta - 2\alpha & 0 \\ 0 & \alpha - 2\beta \end{bmatrix} \quad 3.46.$$

На слика 12 се покажани дисперзионите релации за равенките (равенките на брзини погоре). Фактот дека има две криви за секоја апроксимација индицира дека тие се одвојуваат во компресиони и тангенцијални движења, како што и целата бранова равенка. За апроксимацијата A2, формата на дисперзионата крива зависи од односот помеѓу α и β , и вредностите на слика 2 се опфатени со односот $\sqrt{3}$, кој ќе се користи и понатаму во моделот. Генерално, со зголемувањето на односот помеѓу брзините стануваат посиромашни апроксимациите за компресионите бранови. Во сликата 12 може да се видат границите. Кривата е хипербола независна односот помеѓу брзините и индицира дека границите ќе моделираат компресиони бранови помалку точни отколку било A1 или A2.



Слика 12. Кривите A1 и A2 се дисперзионите релации од параксијалните апроксимации од еластичната бранова равенка (во круговите). За секоја апроксимација има две криви: таа која го апроксимира поголемиот круг е за тангенцијален бран, додека другата е за компресионен бран.

Figure 12. The curves A1 and A2 are the dispersion relations of the paraxial approximations of the elastic wave equation (the circles). For each approximation there are two curves: that approximating the larger circle is for shear wave while the other is for compressive waves.

Кривите на дисперзија индицираат дека параксијалните апроксимации можат да се искористат за да се моделираат еластични бранови кои се движат во една насока и да се дискриминираат против брановото движење во спротивната насока.

A1 и A2 работат за бранови кои се движат во позитивниот z – правец, па така оваа формулација ќе биде погодна за границите на нивото $z = a$. Во случај кога апсорбирачките граници се додадени на врвот, тогаш ќе биде потребно да се искористат параксијалните апроксимации со знак минус во дисперзионата равенка ($k_z = \pm \left(\frac{\omega}{v}\right) \left[1 - \left(\frac{v^2 k_x^2}{\omega^2}\right)\right]^{1/2}$). За останатите две граници ($x = 0$ и $x = a$) се опфатени само преку размена на x и z во равенките за горните и долните нивоа.

3.13. Услов за стабилност

3.13.1. Мрежа на пресметување

Од пресметките се бара да конечно диференцниот модел е стабилен. Покажано е дека системот од равенки (3.7) е стабилен под услов:

$$F = \frac{\alpha \Delta t}{h} \leq \left(1 + \frac{\alpha^2}{\beta^2}\right)^{-1/2} \quad 3.47.$$

за сите α и β . Равенката погоре може исто така да биде напишана во повеќе прегледна форма:

$$\Delta t \leq \frac{h}{(\alpha^2 + \beta^2)^{1/2}} \quad 3.48.$$

што покажува дека временскиот инкремент не може да биде одбран вештачки туку мора да се потчини на правило изречено од изборот на интервалот h на мрежата, како и од вредностите на P- и SV- брановите брзини.

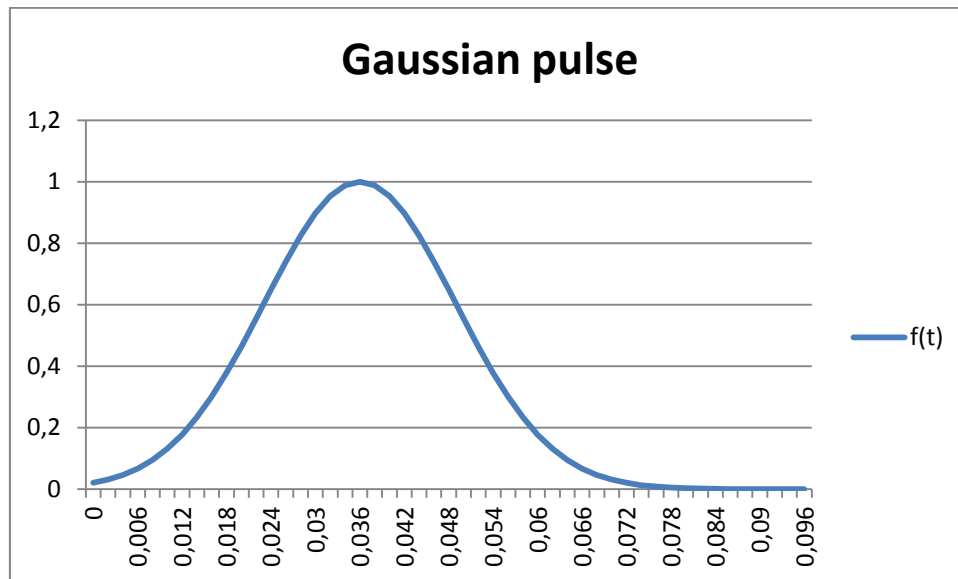
3.13.2. Побудувања на извор

Со цел да се генерираат брановите, искористен е експлозивен извор за нивно побудување. Формулацијата на овој вид на извор, Гаусианов пулс, е како што следи:

$$f(t) = e^{-\alpha(t-t_0)^2} \quad 3.49.$$

каде што α е параметар кој ја контролира должината на бранот од побудувањето, t го репрезентира актуелното време на калкулација и t_0 е време кога функцијата го достигнува својот максимум. За Гаусианов пулс

параметарот $\alpha = 3000$ и максимумот во времето $t_0 = 0.036$. При максимумот Гаусианов пулс има вредност еднаква на 1. Со множење на $f(t)$ со некој фактор може да се контролира амплитудата од изворот. Во овој пример е избран фактор 5. Едно важно прашање кога се моделира експлозивен извор е тоа што апсолутната вредност на поместувањата мора да биде иста во двата правци $f_x(t) = f_z(t)$. Развивањето на оваа функција во време е дадена на следнава слика:



Слика 13. Функција на поместување $f(t)$ во време

Figure 13. Displacement function $f(t)$ in time

3.14. Равенка на движење

Kelly и соработниците (1976) развиле нумерички модел за равенките на движење. Иста нумеричка апроксимација е користена во презентираниот модел за да се симулира пропагирањето на бранот во сите точки од мрежата. Користејќи метод на конечни разлики според Kelly (1976) ги имаме следниве равенки за поместувања:

$$\begin{aligned}
 u(m, n, i+1) = & 2 \cdot u(m, n, i) - u(m, n, i-1) + \\
 & + F^2 [u(m+1, n, i) - 2 \cdot u(m, n, i) + u(m-1, n, i)] + \\
 & + F^2 (1 - \gamma^2) [w(m+1, n+1, i) - w(m+1, n-1, i) - w(m-1, n+1, i) \\
 & + w(m-1, n-1, i)] + F^2 \gamma^2 [u(m, n+1, i) - 2 \cdot u(m, n, i) + u(m, n-1, i)]
 \end{aligned} \quad 3.50.$$

$$\begin{aligned}
w(m, n, i+1) = & 2*w(m, n, i) - w(m, n, i-1) + \\
& + F^2[w(m, n+1, i) - 2*w(m, n, i) + w(m, n-1, i)] + \\
& + F^2(1-\gamma^2)[u(m+1, n+1, i) - u(m+1, n-1, i) - u(m-1, n+1, i) + u(m-1, n-1, i)] \\
& + F^2 \gamma^2[w(m+1, n, i) - 2*w(m, n, i) + w(m-1, n, i)]
\end{aligned} \quad 3.51.$$

Каде што $x = mh, z = nh$ и $t = i\Delta t$ е временскиот чекор и h е интервалот на мрежата во двата x – и z – правци. Понатаму $\gamma = v_s/v_p$, каде што v_s и v_p се дадените брзини со равенките (равенките за брзини). Параметарот F може да се пресмета како:

$$F = \frac{v_p \Delta t}{h} \quad 3.52.$$

3.15. Равенки кај вештачки граници

За апсорбирање на излезните бранови од вештачките граници, Clayton и Engquist (1977) ја предложиле следната формулација:

Долна страна ($n = a$)

$$\begin{aligned}
& D_-^z D_0^t \underline{u}(m, a, i) + \frac{1}{2} C_1 D_+^t D_-^t (\underline{u}(m, a, i) + \underline{u}(m, a-1, i)) + \\
& + \frac{1}{2} C_2 D_+^t D_0^x (\underline{u}(m, a, i-1) + \underline{u}(m, a-1, i)) + \\
& + \frac{1}{2} C_3 D_+^x D_-^x (\underline{u}(m, a, i-1) + \underline{u}(m, a-1, i+1)) = 0
\end{aligned} \quad 3.53.$$

За вертикалните граници, точната форма е напишана како:

Лева страна ($m = 0$)

$$\begin{aligned}
& D_+^x D_0^t \underline{u}(0, n, i) - \frac{1}{2} C_1' D_+^t D_-^t (\underline{u}(0, n, i) + \underline{u}(1, n, i)) + \\
& + \frac{1}{2} C_2^T D_+^t D_0^z (\underline{u}(0, n, i-1) + \underline{u}(1, n, i)) - \\
& - \frac{1}{2} C_3' D_+^z D_-^z (\underline{u}(0, n, i-1) + \underline{u}(1, n, i+1)) = 0
\end{aligned} \quad 3.54.$$

Десна страна ($m = a$)

$$\begin{aligned}
& D_-^x D_0^t \underline{u}(a, n, i) + \frac{1}{2} C_1' D_+^t D_-^t (\underline{u}(a, n, i) + \underline{u}(a-1, n, i)) + \\
& + \frac{1}{2} C_2^T D_+^t D_0^z (\underline{u}(a, n, i-1) + \underline{u}(a-1, n, i)) + \\
& + \frac{1}{2} C_3' D_+^z D_-^z (\underline{u}(a, n, i-1) + \underline{u}(a-1, n, i+1)) = 0
\end{aligned} \quad 3.55.$$

Трите диференцијални оператори D_-^z, D_+^z и D_0^z се назад, напред и централните диференцни оператори во однос на променливата z , на пример:

$$D_+^z u_{j,k}^n = (u_{j,k+1}^n - u_{j,k}^n) / \Delta z \quad 3.56.$$

$$D_0^z u_{j,k}^n = (u_{j,k+1}^n - u_{j,k-1}^n) / 2\Delta z. \quad 3.57.$$

Матриците C'_1 и C'_3 ја имаат следната форма:

$$C'_1 = \begin{bmatrix} 1/v_p & 0 \\ 0 & 1/v_s \end{bmatrix}; C'_3 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} v_p - 2v_s & 0 \\ 0 & v_s - 2v_p \end{bmatrix} \quad 3.58.$$

и C_2^T е транспонираната матрица од C_2 .

За точките на аглите и за нивните први соседни точки на границите, Clayton и Engquist (1977) предложиле користење ротирана формулација од апроксимацијата A1. Ротираната A1 е за:

Долен – десен агол

$$u_z + u_x + M u_t = 0 \quad 3.59.$$

$$(D_-^z + D_-^x + M(v_p, v_s) D_-^t) u(m, n, i) = 0 \quad 3.60.$$

каде што $(m, n) = (a, a-1); (a-1, a); (a, a)$

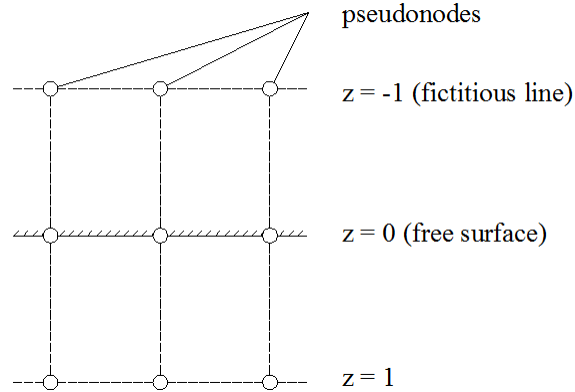
Долен – лев агол

$$(D_-^z - D_+^x + M(v_s, v_p) D_-^t) u(m, n, i) = 0 \quad 3.61.$$

каде што $(m, n) = (0, a-1); (1, a); (0, a)$ и новопрезентираната матрица M е:

$$M(v_s, v_p) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1/v_s + 1/v_p & 1/v_s - 1/v_p \\ 1/v_s - 1/v_p & 1/v_s + 1/v_p \end{pmatrix} \quad 3.62.$$

3.16. Слободна површина



Слика 14. Псевдојазли при границата слободна површина

Figure 14. Pseudonodes at the free-surface boundary

За комплетирање на моделот останува една граница. Горната граница, како што е спомената претходно, е слободна површина. Затоа што точките не можат да бидат решени само преку еластичната равенка на бран, дополнително нови псевдојазли треба да бидат искористени. Како што може да се види од слика 3,

границата која е слободна површина има координата $z = 0$, па така псевдојазлите ќе имаат индекс - 1. Непознатото поместување за овие јазли ќе биде пресметано од страна на стрес-слободните услови. Конечно-диференцниот код е:

$$u(x, -1, t) = u(x, 0, t) + 0,5[w(x+1, 0, t) - w(x-1, 0, t)] \quad 3.63.$$

$$w(x, -1, t) = w(x, 0, t) + 0,5(1-\gamma^2)[u(x+1, 0, t) - u(x-1, 0, t)] \quad 3.64.$$

Финално, за точките на кошевите каде што пресекот е помеѓу вертикалните апсорбирачки граници и фиктивната линија гранични услови од прв ред се користени за да се одредат нивните поместувања. Па така, шемите за овие точки на кошеви се:

$$(D_+^x - C_1' D_+^t)u(0, -1, t) = 0 \quad 3.65.$$

$$(D_-^x + C_1' D_+^t)u(a, -1, t) = 0 \quad 3.66.$$

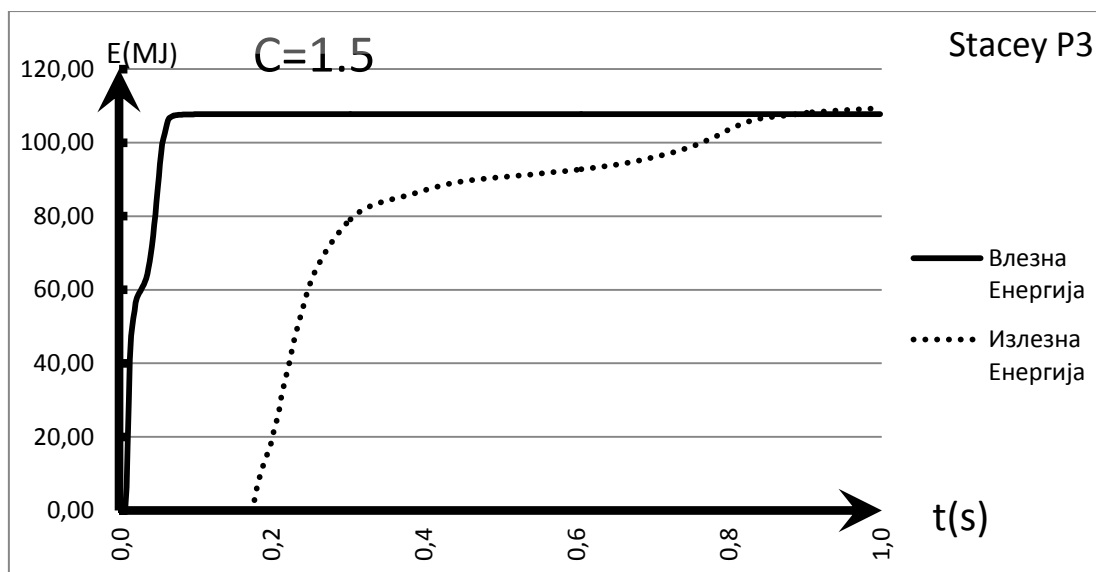
3.17. Извор

Терминот кој го репрезентира изворот во равенката на движење го наследува следниов израз $\delta(r - r_0)f(t)$. Оттука лесно може да се препознае Dirac – Delta функцијата која има бесконечна вредност кога $r = r_0$. Тоа значи дека при точката каде што е додадена сила, стресовите одат до бесконечност. За да се избегне ова, изворот е додаден во четири соседни точки со иста функција за време произведувајќи радијални поместувања еднакви во сите правци.

4. РЕЗУЛТАТИ

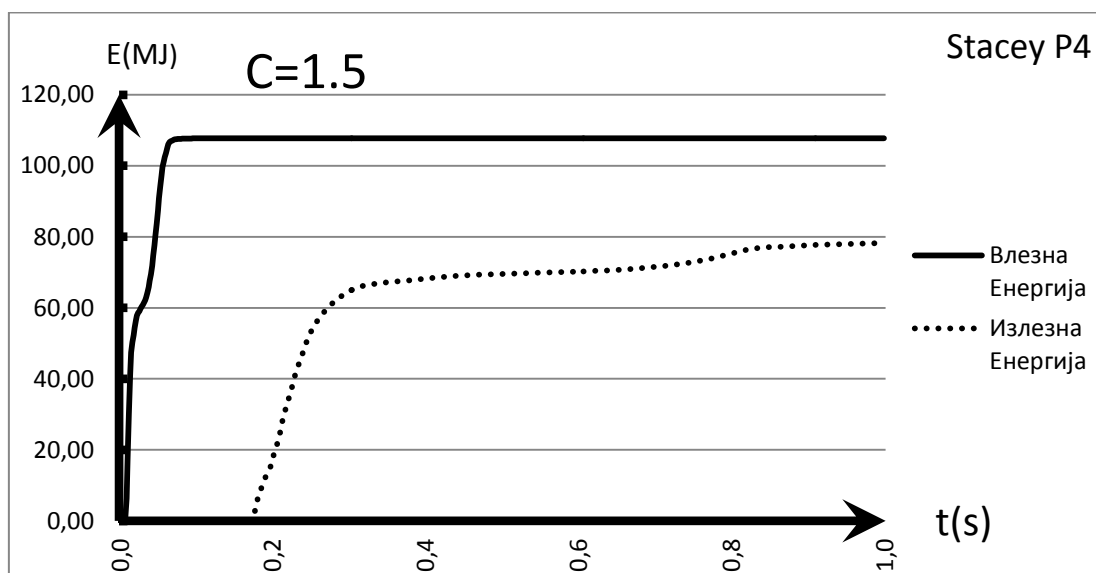
4.1. Резултати добиени од испитувањата на ефикасноста на вештачките граници P3 и P4 на Stacey за време од една секунда

Како што е споменато и погоре целта на ова истражување, а воедно и магистерски труд е да се направи една нумеричка симулација на пропагирање на сеизмичките бранови и воедно да се тестира стабилноста и точноста на P3 и P4 вештачките граници на Stacey. Моделот кој е користен за ова истражување е објаснет погоре, резултатите што ќе бидат прикажани подолу ќе ја објаснат стабилноста и точноста на вештачките граници кои се испитуваат. Имено, во мојот случај на испитување, вметната е и променливата C која претставува однос помеѓу брзините на брановите односно $c = v_p/v_s$. Притоа, податоците кои се добиени од моделот претставуваат внатрешна (влезна) и надворешна (излезна енергија) на брановите кои се шират од изворот на побудување нанадвор. Како што може да се види и од сликите подолу, енергиите кои ги носат брановите со нивното ширење низ моделот имаат различни вредности за различен однос помеѓу брзините.



Слика 15а. Однос помеѓу внатрешната (полна линија) енергија и надворешната (испрекината линија) енергија кај P3 вештачката граница

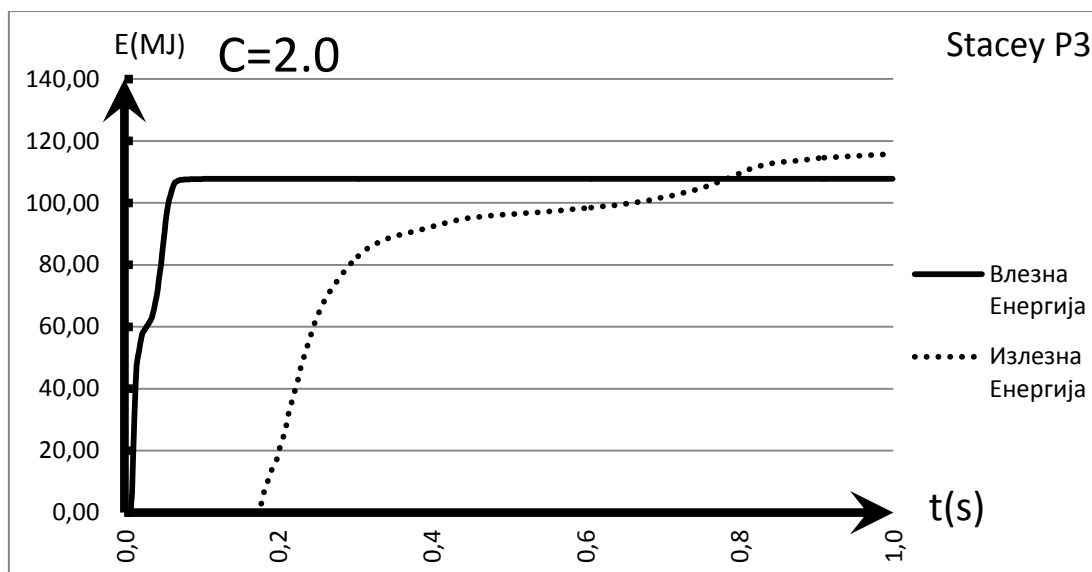
Figure 15a. Relationship between input energy (full line) and output energy (dashed line) at P3 artificial boundary



Слика 15б. Однос помеѓу внатрешната (полна линија) енергија и надворешната (испрекината линија) енергија кај P4 вештачката граница

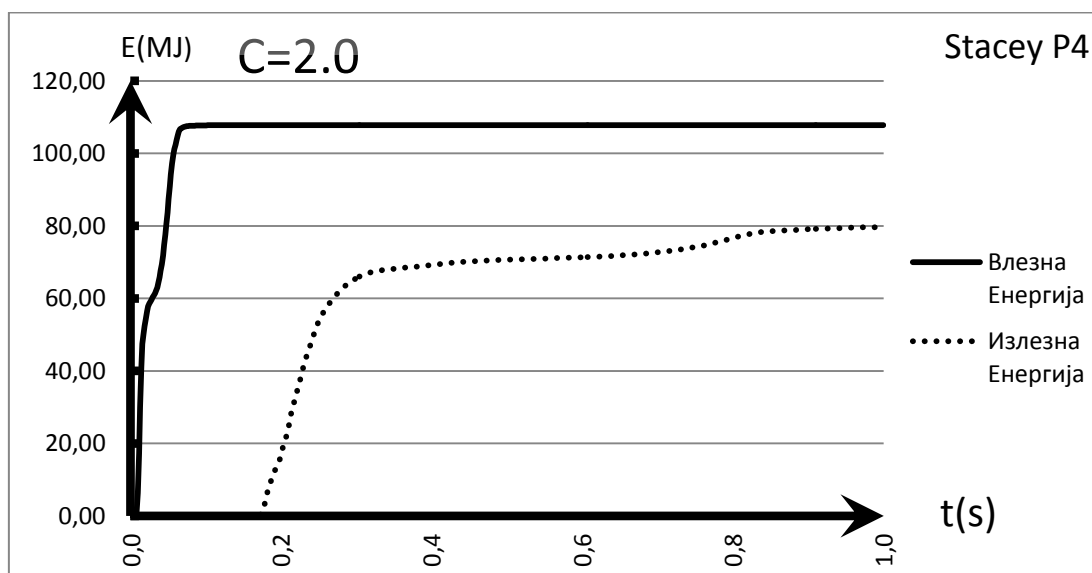
Figure 15b. Relationship between input energy (full line) and output energy (dashed line) at P4 artificial boundary

На сликите 15а и 15б се претставени енергиите при двете вештачки граници P3 и P4 при сооднос на брзините $c = \frac{v_p}{v_s} = 1.5$. На хоризонталната оска е претставено времето кое се менува на интервали од $\Delta t = 0.0015s$, па со 660 временски чекори, односно една секунда вкупно е претставена промената на влезната и излезната енергија во тек на време. На вертикалната оска е претставена енергијата во мегаџули. Јасно може да се види дека на сликата 15а енергиите при време приближно од една секунда се скоро идентични, додека на сликата 15б тие за време од една секунда многу се разликуваат. И во двата случаја се гледа како влезната енергија почнува драстично да расте уште на почетокот, но по време од 0.080 секунди таа добива константна вредност и во двата случаја. Важно е да се напомене дека во сите случаи и понатаму во ова истражување влезната енергија ќе има иста вредност, додека излезната енергија ќе се менува. Излезната енергија на сликите 15а и 15б почнува да расте малку подоцна за разлика од влезната односно при временски интервал од 0.150 секунди. На сликата 15а влезната и излезната енергија имаат приближно иста вредност од 109 мегаџули, што јасно ни покажува дека при сооднос од 1.5 на брзините на брановите, за време од една секунда, вештачката граница P3 дава стабилност на испитуваниот модел и многу мала (незначителна за системот) грешка. Доколку се анализира слика 15б може да се забележи дека излезната енергија добива максимална вредност од околу 79 мегаџули, што е голема разлика од влезната енергија, при ист сооднос на брзините од 1.5 како и во слика 15а, исто време од една секунда, па оттука следува и заклучокот дека вештачката граница P4 не дава добар резултат при поставените параметри како на сликата 15б, а со тоа и голема грешка на моделот кој се испитува.



Слика 16а. Однос помеѓу внатрешната (полна линија) енергија и надворешната (испрекината линија) енергија кај P3 вештачката граница

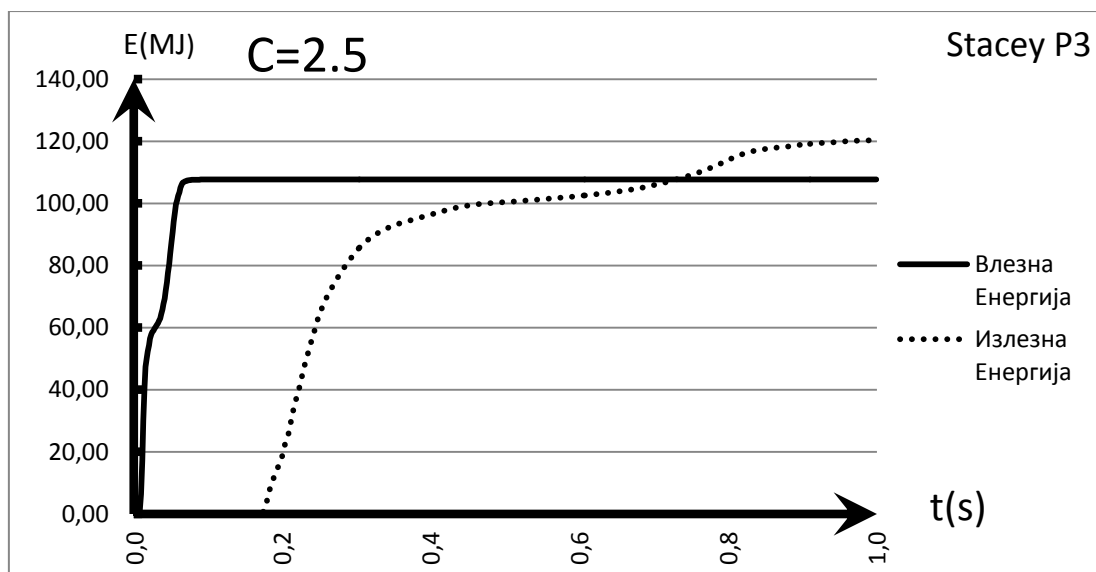
Figure 16a. Relationship between input energy (full line) and output energy (dashed line) at P3 artificial boundary



Слика 16б. Однос помеѓу внатрешната (полна линија) енергија и надворешната (испрекината линија) енергија кај P4 вештачката граница

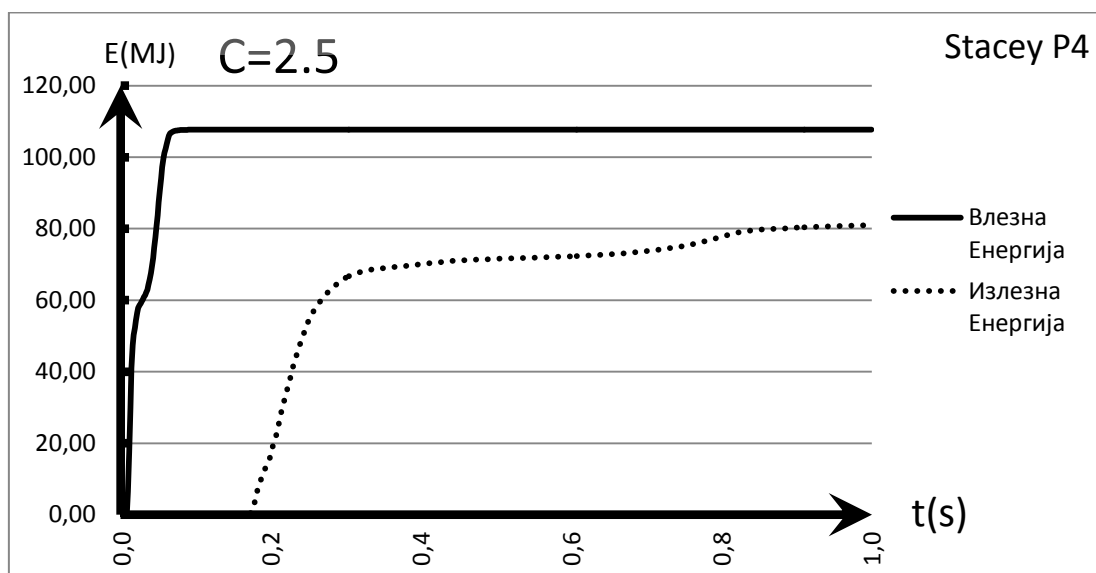
Figure 16b. Relationship between input energy (full line) and output energy (dashed line) at P4 artificial boundary

На сликите 16а и 16б е претставена ситуација во која односот помеѓу брзините $c = 2.0$. На сликата 16а (P3) се забележува мала но видлива разлика помеѓу двете енергии, што ни покажува дека има мала грешка, односно се јавува мал гап и понатамошна тенденција за зголемување на грешката. На сликата 16б можеме да забележиме дека сега надворешната енергија е со малку поголема вредност за разлика од сликата 15б. Тоа придонесува и за минимално намалување на грешката кај P4 при сооднос од 2.0 помеѓу брзините, но сепак тоа мало подобрување споредено со големината на разликата помеѓу двете енергии е минимално.



Слика 17а. Однос помеѓу внатрешната (полна линија) енергија и надворешната (испрекината линија) енергија кај P3 вештачката граница

Figure 17a. Relationship between input energy (full line) and output energy (dashed line) at P3 artificial boundary



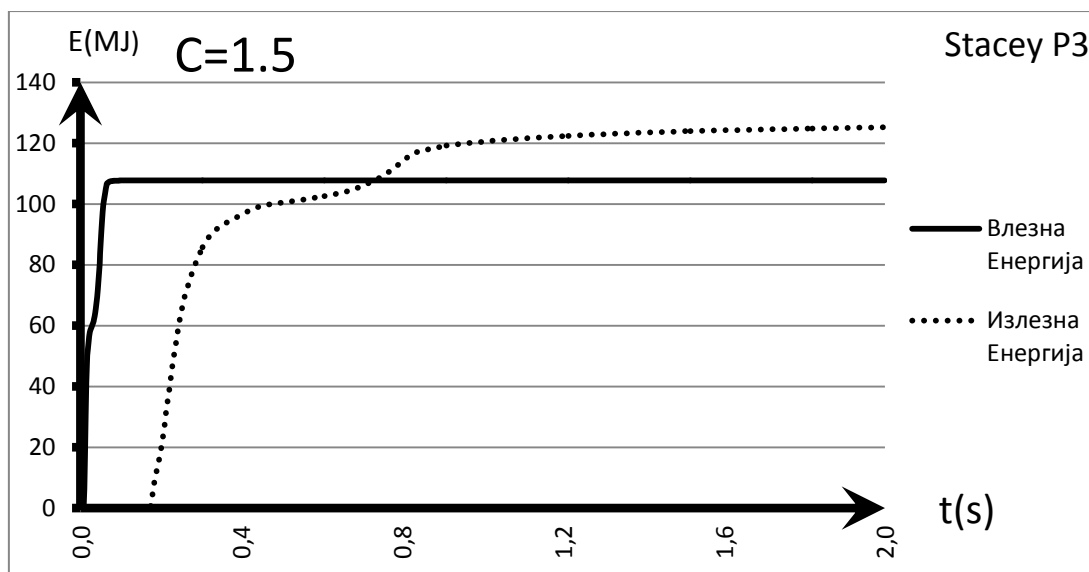
Слика 17б. Однос помеѓу внатрешната (полна линија) енергија и надворешната (испрекината линија) енергија кај P4 вештачката граница

Picture 17b. Relationship between input energy (full line) and output energy (dashed line) at P4 artificial boundary

На сликите 17а и 17б се претставени пресметките за P3 и P4 за сооднос на брзините на брановите од 2.5. И во претходно споменатите истражувања на некои од истражувачите беше спомнато дека сите испитувања се стабилни во опсег од 1.5 до 2.5 однос на брзините. Во моето истражување резултатите исто така се многу слични како и некои претходни истражувања. Од 17а се забележува дека внатрешната и надворешната енергија веќе прилично се разликуваат при време од една секунда. Оттука следува и заклучокот дека при овој и поголеми однос, $c = v_p/v_s$, вештачката граница P3 станува се помалку точна. На сликата 17б ситуацијата не е во голема мера променета со тоа што надворешната енергија иако дава знак на мала тенденција на доближување до внатрешната, сепак разликата помеѓу нив е сè уште толку голема што јасно ни дава до знаење дека P4 е помалку точна од P3 во опсег на $c = v_p/v_s$ од 1.5 до 2.5.

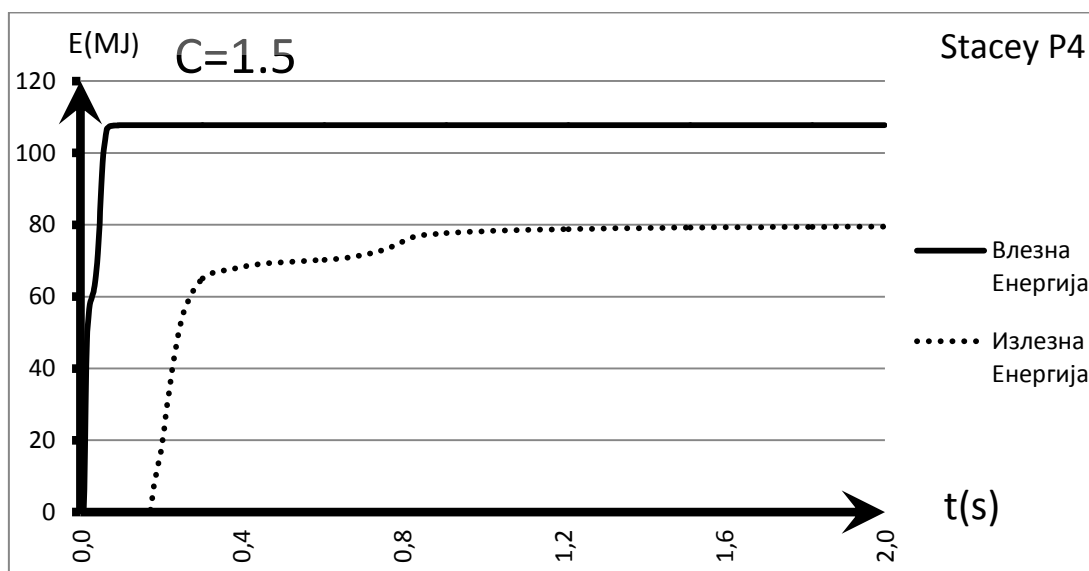
4.2. Резултати добиени од испитувањата на ефикасноста на вештачките граници P3 и P4 на Stacey за време од две секунди

На ист начин како и истражувањето погоре кое беше направено за една секунда јас направив истражување и за временски интервал од две секунди. Параметрите се исти како во случајот за една секунда. Резултатите се прикажани подолу на сликите.



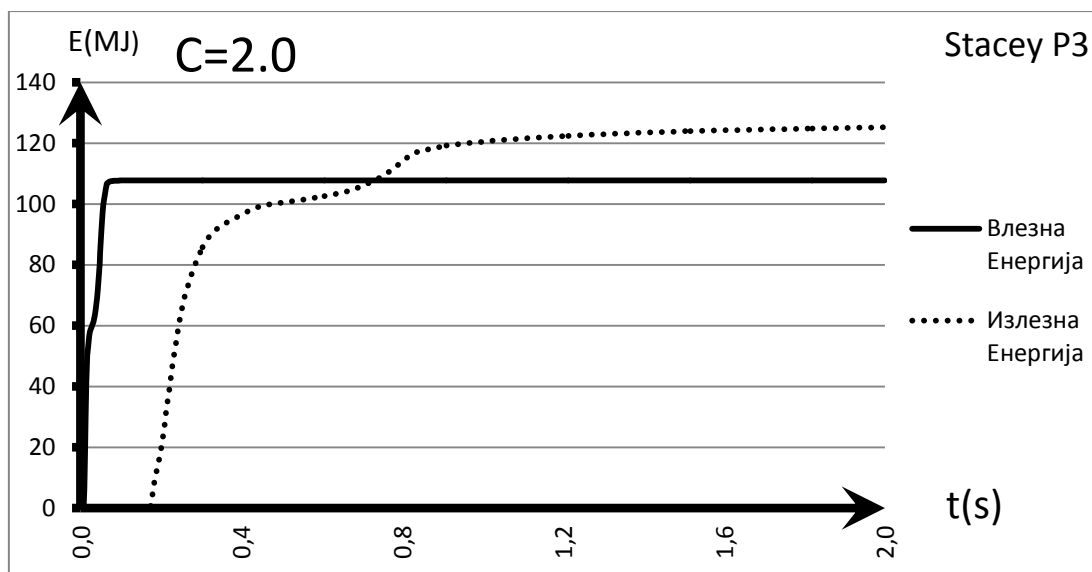
Слика 18а. Однос помеѓу внатрешната (полна линија) енергија и надворешната (испрекината линија) енергија кај P3 вештачката граница

Figure 18a. Relationship between input energy (full line) and output energy (dashed line) at P3 artificial boundary



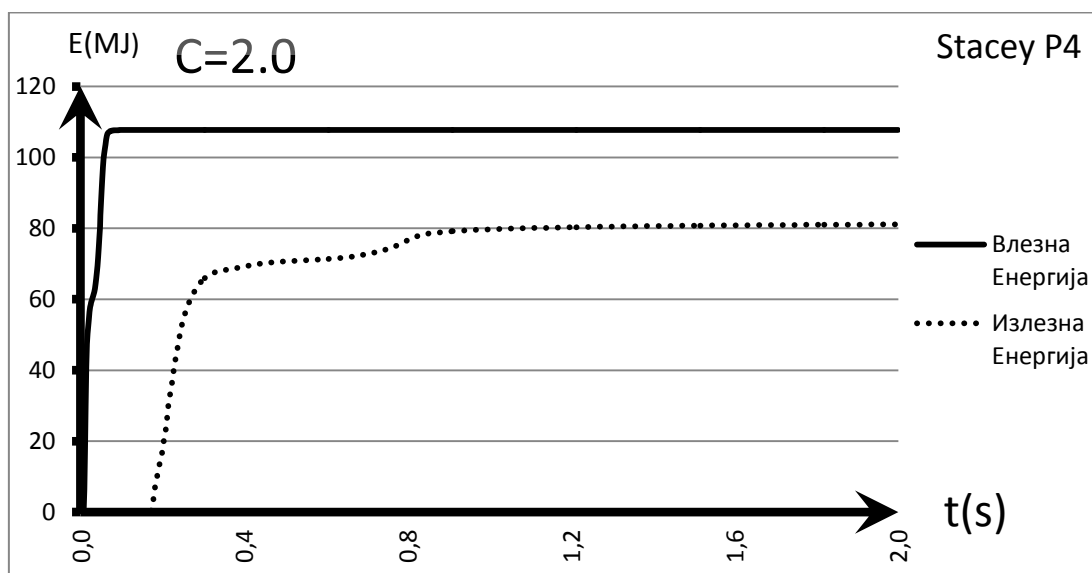
Слика 18б. Однос помеѓу внатрешната (полна линија) енергија и надворешната (испрекината линија) енергија кај P3 вештачката граница

Figure 18b. Relationship between input energy (full line) and output energy (dashed line) at P3 artificial boundary



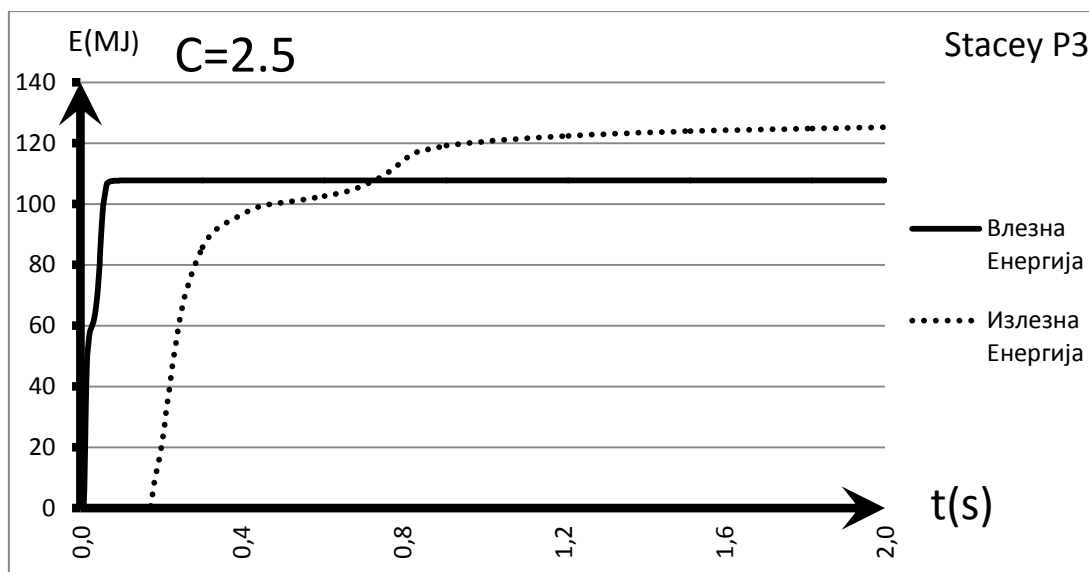
Слика 19а. Однос помеѓу внатрешната (полна линија) енергија и надворешната (испрекината линија) енергија кај P3 вештачката граница

Figure 19a. Relationship between input energy (full line) and output energy (dashed line) at P3 artificial boundary



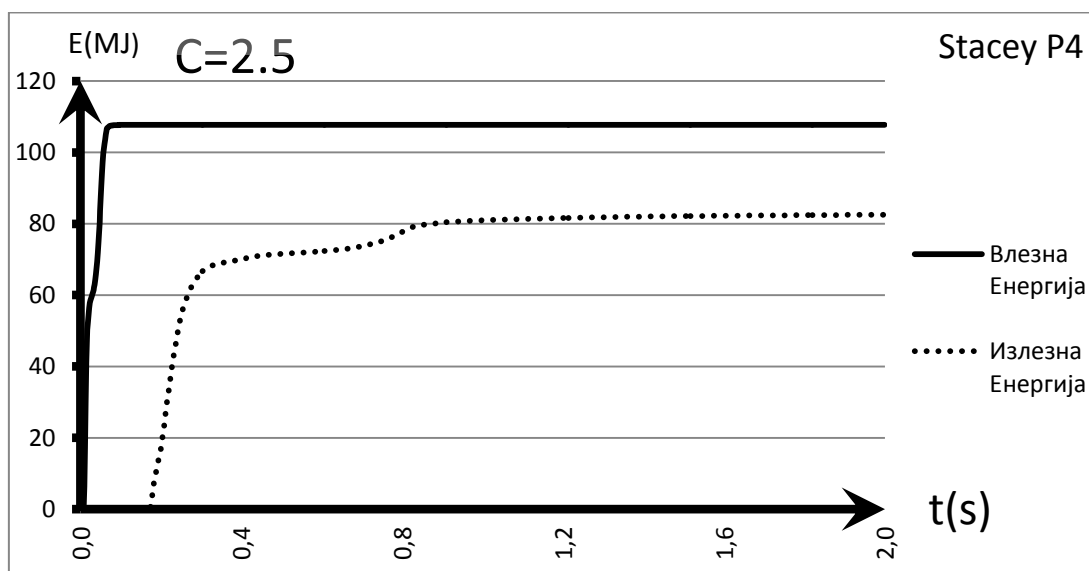
Слика 19б. Однос помеѓу внатрешната (полна линија) енергија и надворешната (испрекината линија) енергија кај P3 вештачката граница

Figure 19b. Relationship between input energy (full line) and output energy (dashed line) at P3 artificial boundary



Слика 20а. Однос помеѓу внатрешната (полна линија) енергија и надворешната (испрекината линија) енергија кај P3 вештачката граница

Figure 20a. Relationship between input energy (full line) and output energy (dashed line) at P3 artificial boundary



Слика 20б. Однос помеѓу внатрешната (полна линија) енергија и надворешната (испрекината линија) енергија кај P3 вештачката граница

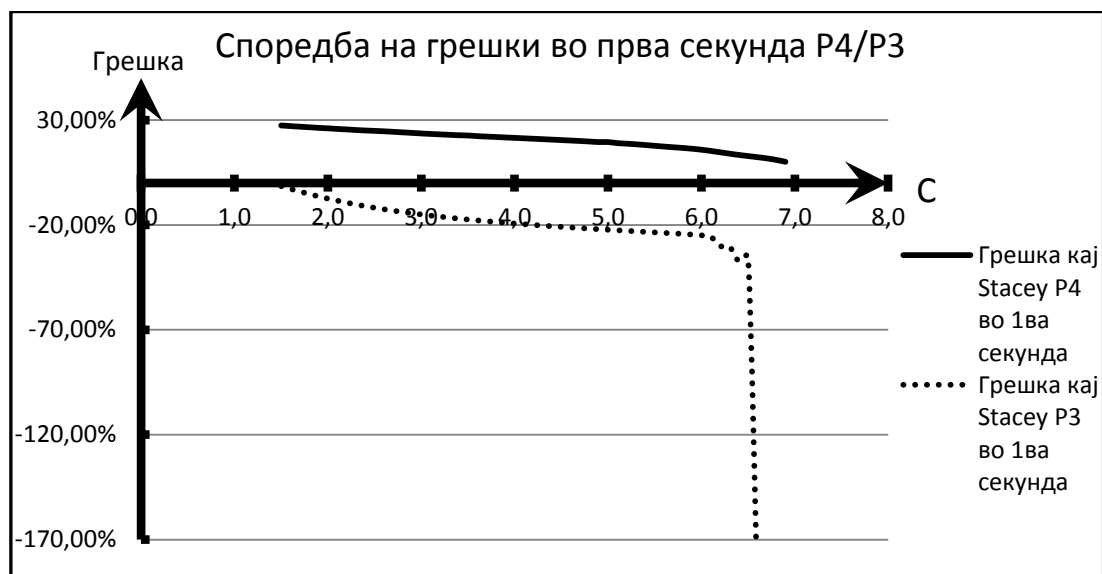
Figure 20b. Relationship between input energy (full line) and output energy (dashed line) at P3 artificial boundary

На сликите 18а, 19а и 20а се претставени три случаја за различен однос на брзините за P3. Разликата е во тоа што сега времето е две секунди. Доколку направите споредба со сликите 15а, 16а и 17а ќе забележите дека нема драстични промени кај влезната и излезната енергија. Имено, како во случајот со една секунда, така и со случајот со две секунди, P3 е најстабилен за сооднос од $c = 1.5$, односно за време од две секунди, на сликата 18а се гледа дека разликата помеѓу двете енергии не е многу голема, иако е важно да се напомене дека сепак разликата е поголема од варијантата за една секунда, односно слика 15а. Оттука може да се заклучи дека иако сличноста е голема како кај истражувањето за една секунда, сепак за време од две секунди грешката е поголема. На слика 18б е претставено истражувањето за P4 за две секунди. И овде ситуацијата не е во голема мера променета од варијантата за една секунда односно слика 15б, но доколку се погледнат двете енергии во точно време од две секунди може да се забележи дека грешката е многу голема и нема тенденција за намалување на истата.

На сликите 19а и 19б се претставени двата случаја за сооднос на брзините од 2.0, за P3 и P4 соодветно. Кај P3 може да се забележи дека големината на разликата во време од две секунди е слична како онаа за време од една секунда што укажува дека границите се стабилни при што грешката на P3 е околу 12%, а на P4 околу 20 %.

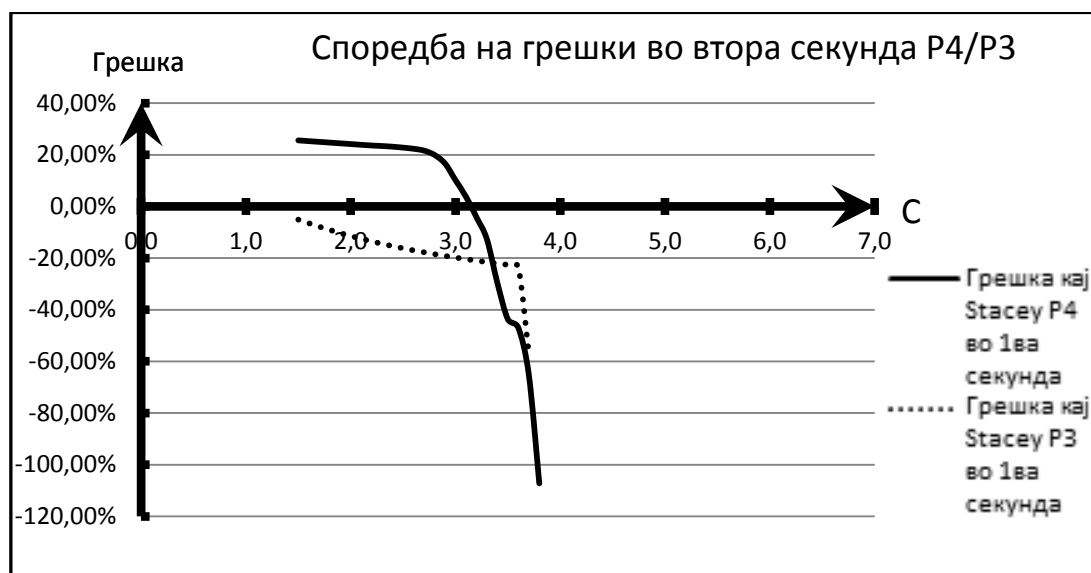
Кај сликите 20а и 20б е односот помеѓу брзините е 2.5. И кај P3 и кај P4 грешката е благо зголемена и стабилноста е сеуште задржана.

4.3. Споредба на грешки помеѓу P3 и P4 за време од една и две секунди



Слика 21а. Споредба на грешка за испитување за време од една секунда, P3 со испрекината и P4 со полна линија

Figure 21a. Comparison of error for research for time of 1 second, P3 with dashed line and P4 with full line



Слика 21б. Споредба на грешка за испитување за време од две секунди, P3 со испрекината и P4 со полна линија

Figure 21b. Comparison of error for research for time of 2 seconds, P3 with dashed line and P4 with full line

Во овој магистерски труд се прикажани резултати за однос помеѓу брзините на брановите во опсег од 1.5 до 2.5. Но, испитувањето е направено за односи од 1.5 па до 7.0 поради исцрпност на истражувањето, иако како што се и гледа погоре на сликите за односи веќе од 2.5 полека но сигурно се губи стабилноста. Сите добиени резултати подоцна се искоритени за приказ на грешката во проценти и тоа со помош на формулата $((E_{\text{излезна}} - E_{\text{влезна}})/E_{\text{влезна}}) \times 100$. Приказот за резултатите кои се добиени од грешките се прикажани погоре на сликите 21a и 21б.

Ако внимателно се погледне слика 21a може да се забележи дека тенденцијата на грешката константно се зголемува до интервали за однос од 1.5, па сè до 6.0 и потоа таа нагло ја зголемува вредноста, особено за случајот P3 кој е и стабилен во интервалите од 1.5, па некаде до 2.5, за вкупен интервал на време на испитување од една секунда. Кај P4 грешката се гледа дека за сите интервали на однос е голема и од овде, како и од претходните слики, пак се потврдува тоталната нестабилност на P4 вештачката граница на Stacey.

За време на испитување од две секунди, грешката (види слика 21б) нагло се зголемува при помал однос помеѓу брзините на брановите, односно по однос од 3.0 грешката нагло ја менува вредноста кон драстично зголемување на истата. И овде како и во случајот за една секунда, јасно се гледа стабилноста на P3 за помал однос, односно, тоталната нестабилност за целото време на P4.

5. ДИСКУСИЈА

Апсорбирачките граници базирани на комбинацијата на анализите и пристапите кон модификацијата на брановото поле се конструирани за сеизмички симулации со хиперболични системи. Еднодимензионалните апсорбирачки гранични услови се комбинирани со пристапи кон други методи, како што се параксијалните апроксимации, апроксимации на слободна површина, анизотропно филтрирање, и многу други техники. Овие методи ги апсорбираат ефикасно сите типови на инцидентни бранови без да ги изложуваат локалните услови.

Во блиска иднина, висок спектар на 3D проблеми поврзани со нашата тематика на истражување ќе бидат спроведени рутински заедно со нумеричките симулации. Со зголемувањето на брзината на суперкомпјутерите и развивањето на многу моќни процесори, решението на проблеми од типот на моето истражување ќе станат многу поедноставни и многу почести за истражување. Паралелното процесирање се состои од множество на поврзани процесори, и притоа секој од тие решаваат еден дел од мрежата на пресметување и тоа сосем независно од друг процесор. Соседните процесори треба само да комуницираат за да направат размена на обновените резултати за поместувањата низ нивните граници. Па така, обновувањето на резултатите за целото браново поле преку целата мрежа на пресметување ќе биде постигнато за време за кое еден процесор би можел да пресмета карактеристики само во еден дел од мрежата на пресметување.

Резултатите пак добиени од 3-D методот на еластична решетка можат да бидат додадени на сеизмичката бранова пропагација, вклучувајќи топографија. Методот е компјутерски еквивалентен на метод на конечни разлики од четврти ред. Методот на еластичната решетка ја има предноста во тоа што брановото поле е точно познато на слободната површина и топографијата нема потреба да се третира експлицитно. Вклучувањето на хетерогеноста е постигнато со менување на константите на еластичност. Дисконтинуитетите на пукнатините и порозивноста можат да бидат вклучени со регулирање на константите на еластичност на нула. 2D нумерички симулации на дискретни честици ни имаат покажано нелинеарни бранови пропагирања низ пукнатините (Toomey и Bean, 2000). Како што е дискутирано и претходно, фокусот е само на динамичките деформации. Статичните деформации можат да бидат моделирани со

додавање на надворешни сили на моделот. Поради тоа, методот може да биде користен за да се испитаат промените во сеизмичкото браново поле како последица од статичка деформација, на пример, инфлација/дефлација во вулканските регулирања или 4D сеизмика.

Флексибилноста и точноста на алгоритмот кој е испитуван во овој труд укажува на тоа дека техниката која е користена за целиот модел е доста добра и претставува моќна алатка за анализа на проблеми поврзани со браново пропагирање. Со цел да се задржи целта на овој труд на генерално ниво, нема да навлегувам во детална дискусија за проблемите поврзани со развивањето на апсорбирачките гранични услови од висок ред, анализата на дискретниот систем и дисперзијата на компјутерскиот домен на пресметување. Како додаток би го спомнал пристапот кон 3D еластично поле. Додека симулацијата на конечни разлики на 3D еластично браново поле во геолошки модели од широк спектар може да биде побарана, нема да биде цел која не би можела да се постигне преку досегашните методи. Со искористување на процедура на оптимизација на меморија, од висока скала 3D симулации на конечни разлики можат да бидат пресметани во рутина користејќи само еден десктоп - компјутер со еден процесор.

Една од поголемите пресметки што се извршени е симулацијата од 1995 година на Kobe земјотресот, користејќи пристап од компјутер. Моделот се состои од 1.44×10^7 точки на мрежата и побарано време од 104 секунди од процесорот за да го пресмета секое временско обновување, за вкупни 175 процесорски саати за да се произведат 90 секунди (6.000 временски чекори) од симулирани движења. Да се стават овие броеви во перспектива, мојот модел на испитување содржи 660 временски чекори за секој однос поединечно на компресионата и тангенцијалната брзина, чекор од 0.015 секунди, 75×75 точки во мрежата, односно, за интервал на односот од 1.5 до 2.5 имаме 10 чекори со чекор од 0.1 па помножено со временските чекори изнесува 6.600 временски чекори и тоа само за P3 односно P4 поединечно. За еден чекор мојот компјутер за пресметување користи 5 секунди, што изнесува 33.000 секунди односно 550 минути или 9.16 процесорски саати P3 и исто толку процесорски саати за P4, што финално изнесува 18.32 процесорски саати за да се испита стабилноста на овие вештачки граници на Stacey.

6. ЗАКЛУЧОК

Проблемите поврзани со ширењето на брановите низ полето на испитување односно простор кој е ограничен со апсорбирачките граници и слободната површина се решаваат со нумеричките шеми и нумеричките симулации. Коефициентите кои се користат како параметри во пресметковниот модел секогаш се стремат да бидат одбрани, така што целиот систем ќе јави најмала грешка.

Презентирани се гранични услови за скаларни и еластични бранови кои ги намалуваат вештачките рефлексии. Разгледуваните граничните услови се параксијални апроксимации на скаларните и еластичните бранови равенки. Предноста на овие гранични услови е, како прво, дека тие апсорбираат енергија преку висок спектар на упадни агли и, второ, дека тие се компјутерски евтини и едноставни да се додаваат. Со користење на параксијалните апроксимации за да произлезат апсорбирачките гранични услови, презентирани е генерален пристап за диференцијални равенки од различни типови. Точноста на овие гранични услови би можела и да се зголеми со едноставно додавање на параксијални апроксимации од повисок ред.

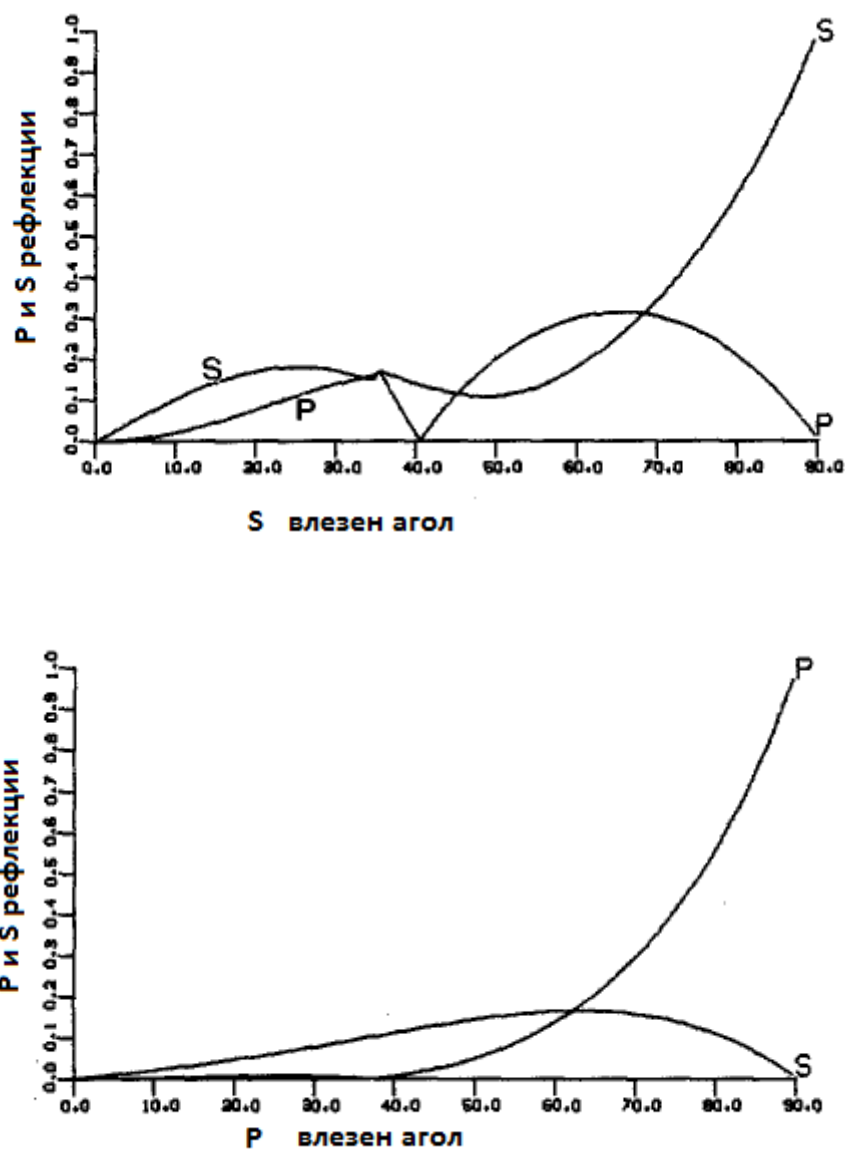
Нумеричките решенија кои се прикажани овде ја поддржуваат теоретската анализа на граничните шеми. Во овој магистерски труд покажано е дека точноста и стабилноста на граничниот услов е од голема важност. Како и да е, постојат многу гранични услови, и додека не се направи анализа и испитување за конкретен модел не може да се тврди кој е стабилен или кој граничен услов е најдобар. Јас направив анализа само помеѓу P3 и P4 вештачките граници на Stacey и утврдив дека P3 е подобар и постабилен модел. Процесорското време кое е потрошено е дадено погоре во делот за дискусија.

Од резултатите кои се добиени во овој труд може да се заклучи дека стабилноста е присутна во интервали на однос помеѓу брзините на тангенцијалните и компресионите бранови од 1.5 до 2.5. Притоа се направени и пресметки за поголеми интервали, со кои се покажува до кои вредности на C P3 и P4 се стабилни. За реалните материјали, $1.5 < C < 2.5$, P3 е поточна од P4.

Испитувањето на вештачките граници е од голема важност во областа на сеизмологијата. Уште во минатиот век истражувачите се стремеле да ги подобро запознаат природните појави. Со нивното подобро запознавање

следува и нивно подобро предвидување што е од голема важност за целото општество. Во сеизмологијата испитувањето е насочено кон брановите кои се создаваат при некое побудување во внатрешноста на земјата. Притоа, спектарот на ширење на овие бранови е од огромни размери, па следува потребата и за ограничување на реонот на испитување, а оттука следува и терминот за вештачките граници. Како што се подобруваат карактеристиките на вештачките граници, така моделите на испитување јавуваат поголема стабилност. Па така, на тој начин истражувачите би можеле да претпостават какви промени би се случиле доколку имаме некое побудување во Земјината топка што е од витално значење. Оттука следува и констатацијата дека ова поле на истражување има уште многу да понуди од научен аспект.

7. ДОДАТОК

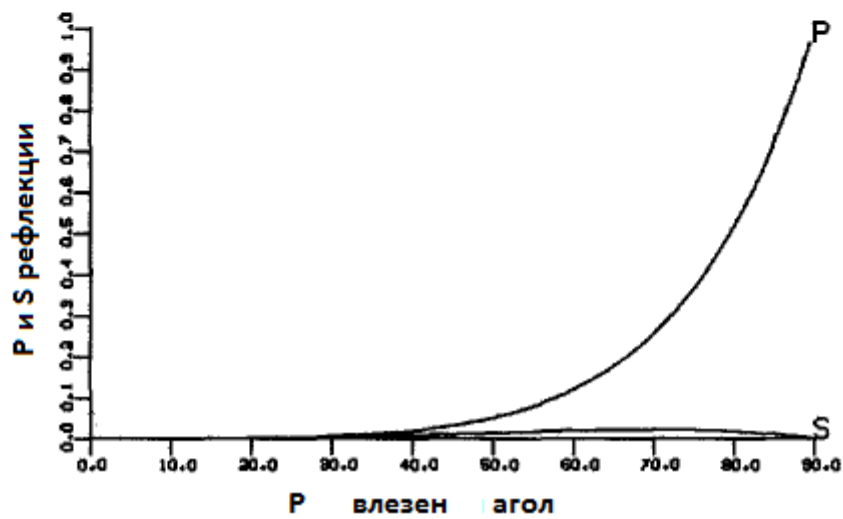
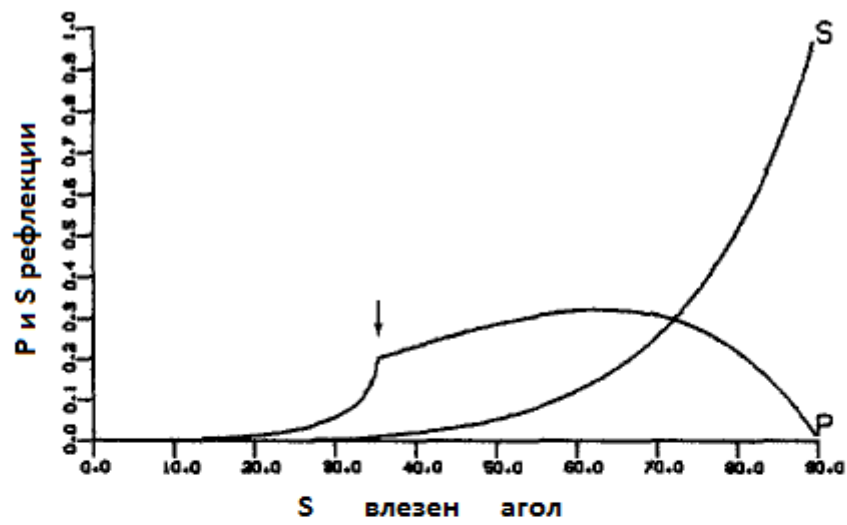


Слика 22. Коефициенти на рефлексција за A1(равенка (29)) еластичниот граничен услов. Во погорниот панел тангенцијални (S) и компресиони (P) рефлексии се покажани за инцидентен S бран со единица сила, додека во долниот панел P и S рефлексии се покажани за инцидентни P бранови. Овој бран не пенетрира во регионот на пресметување.

Figure 22. Reflection coefficients for the A1(equation (29)) elastic boundary condition. In the top panel shear (S) and compressional (P) reflections are shown for an incident S wave of unit strength, while in the bottom panel P and S reflections are shown for incident P waves. This wave does not penetrate into the region of computation.

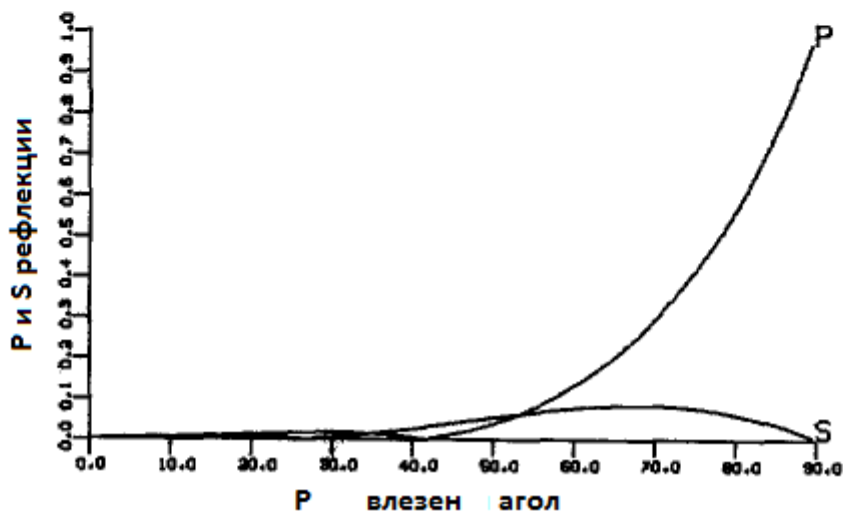
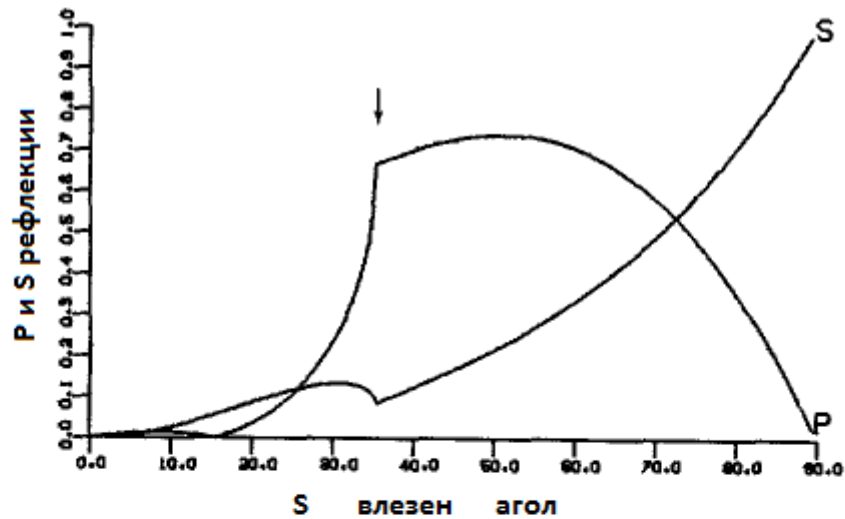
Со цел да се илустрира ефективноста на граничните услови, ќе бидат претставени три примери. Во секој случај, пресметките се направени со вообичаениот Neumann граничен услов. 40×40 мрежа е користена со простор помеѓу пресечните точки одбран за да ја прави експлицитната диференцна шема за внатрешното решение стабилна.

Првиот пример, сликата 25, е скаларен бран кој се шири циркуларно. Условите на Neumann ја прават границата да се однесува како перфектен рефлектор, но апсорбирачките гранични услови дозволуваат бранот да помине низ периметарот на мрежата. Вториот пример, слика 26, е циркуларен компресионен еластичен бран. Хоризонтално и вертикално браново поле се прикажани со црна боја, репрезентирајќи позитивни амплитуди, и бела боја, репрезентирајќи негативни амплитуди,. Користен е однос помеѓу брзините од $\frac{\alpha}{\beta} = \sqrt{3}$. Последниот пример, слика 27, е циркуларен тангенцијален бран и повторно е користен истиот однос $\frac{\alpha}{\beta} = \sqrt{3}$.



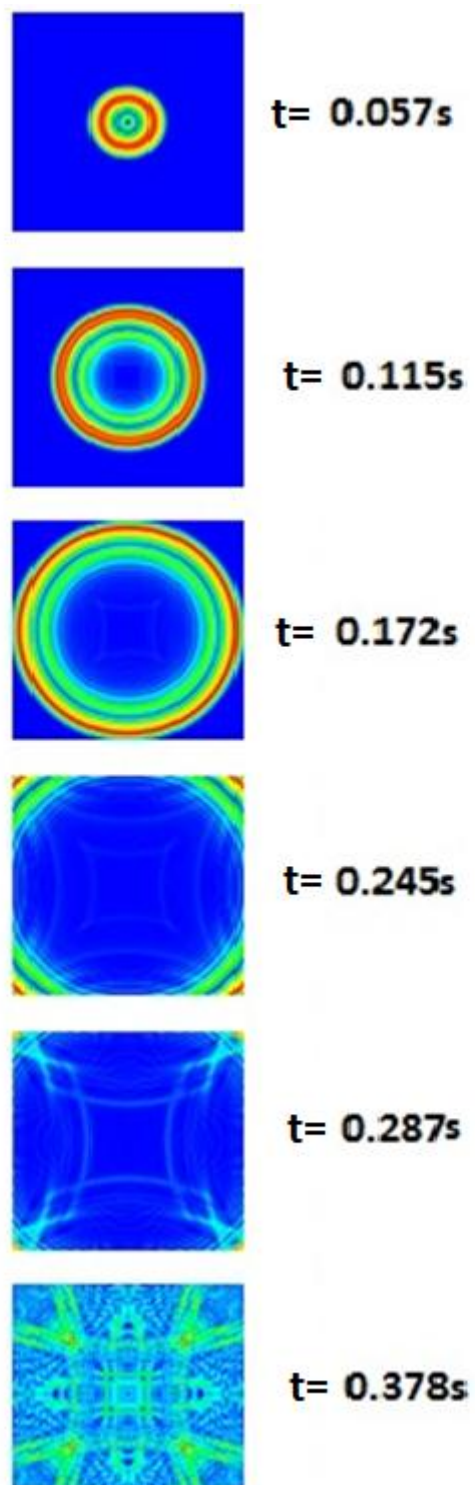
Слика 23. Коефициенти на рефлексија за A2 еластичните гранични услови.

Figure 23. Reflection coefficients for the A2 elastic boundary condition.



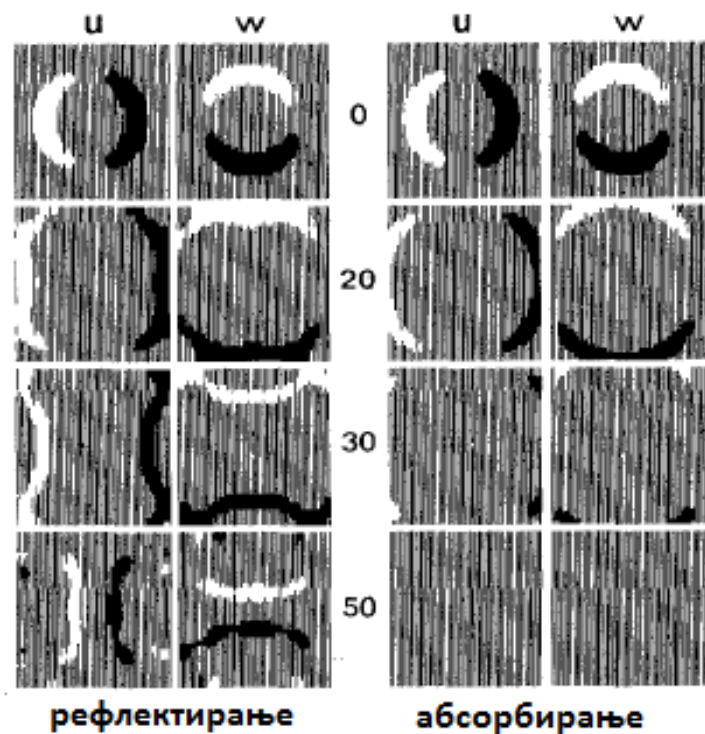
Слика 24. Коефициенти на рефлексција од вискозниот (леплив) граничен услов за еластичната равенка. За двата P и S инцидентни бранови, амплитудата на рефлектираните бранови е поголема од таа со A2 граничните услови.

Figure 24. Reflection coefficients of the viscous boundary condition for the elastic equation. For both P and S incident waves, the amplitude of the reflected waves is larger than with the A2 boundary conditions.



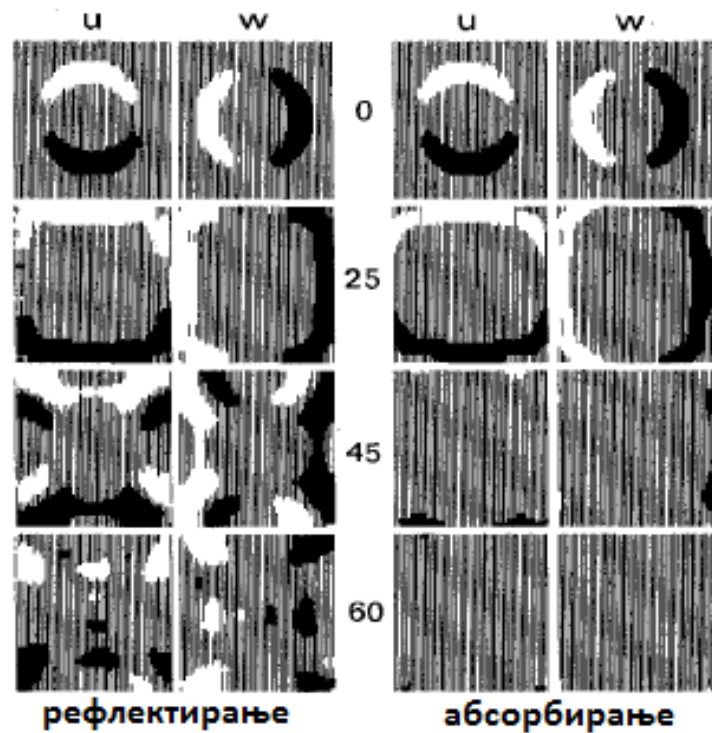
Слика 25. Приказ на сеизмички бран од експлозија во средина на моделот за шест временски инстанци. Броевите се однесуваат на временскиот инстанца.

Figure 25. Reflecting and absorbing conditions for an expanding circular scalar wave. The numbers refer to the time step index.



Слика 26. Рефлектирачки и апсорбирачки гранични услови за компресионен бран кој се шири. Хоризонталните и вертикалните поместувања се означени како U и W респективно. Броевите се временскиот индекс.

Figure 26. Reflecting and absorbing boundary conditions for an expanding compressional wave. The horizontal and vertical displacements are denoted by U and W , respectively. The number are the time index.



Слика 27. Рефлектирачки и апсорбирачки гранични услови за тангенцијален бран кој се шири. Одговара на слика 12. Копирано од Clayton & Engquist (1977).

Figure 27. Relfecting and absorbing boundary conditions for an expanding shear wave. Refer to picture 12. Reproduced from Clayton & Engquist (1977).

8. КОРИСТЕНА ЛИТЕРАТУРА (REFERENCES)

- [1] Abdel-Ghaffar, A.M., & Trifunac M.D. (1977), Antiplane dynamic soil-bridge interaction for incident plane SH-waves, Proc. 6th World Conf. on Earthquake Eng., Vol.II, New Delhi, India.
- [2] Alterman Z. & Karal F.C. (1968), Propagation of Elastic Waves in Layered Media by Finite Difference Methods, BSSA., 58, ppp 367 – 198.
- [3] Boore, D.M. (1972), Finite difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials. Methods in Comp. Physics 11, Academic Press Inc., New York.
- [4] Coutant O. Virieux J. & Zollo A. (October, 1995), Numerical Source Implementation in a 2D Finite Difference Scheme for Wave Propagation. BSSA, Vol.85, No.5, pp. 1507 – 1512.
- [5] Clayton R. & Engquist B. (1977), Absorbing Boundary Conditions for Acoustic and Elastic waves. BSSA vol. 67, No.6, pp 1529 – 1549.
- [6] Dai N., Vafidis A. & Kanasewich E. (1994), Composite absorbing boundaries for the numerical simulation of seismic waves. Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 84, No. 1, pp. 185 – 191.
- [7] Dumbser M., Käser M. & De la Puente J. (2000), Arbitrary High Order Finite Volume Schemes for SeismicWave Propagation on Unstructured Meshes in 2D and 3D. Geophysics J. Int.
- [8] Eduardo K. E. & Tassoulas J.L. (1981), Transmitting Boundaries: A closed – form comparison. BSSA, Vol. 71, pp. 143 – 159.
- [9] England R., Sabina F. J. & Herrera I. (1979), Scattering of SH waves by surface cavities of arbitrary shape using boundary methods. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 21: pp. 148 – 157.
- [10] Engquist B. & Majda A. (1977), Absorbing boundary conditions for numerical simulation of waves. Proc. Natl. Acad. Science USA, Vol. 74, No. 5, pp. 1765 – 1766.
- [11] Frankel A. (1989), A review of numerical experiments on seismic wave scattering. PAGEOPH, vol. 131, No. 4.
- [12] Fuyuki M. & Matsumoto Y. (1980), Finite Difference Analysis of Rayleigh Wave Scattering at a Trench, BSSA 70, pp 2051 – 2069.

- [13] Gicev V. & Trifunac, M.D. (2009), Transient and permanent rotations in a shear layer excited by strong earthquake pulses, BSSA, vol. 99 (2b), pp 1391 – 1403.
- [14] Gicev V. & Trifunac, M.D. (2007), Permanent Deformations and Strains in a shear Building Excited by a Strong motion pulse, Soil Dynamics and Earthquake Engineering vol. 27, issue 8, pp 774 – 792.
- [15] Graves R. W. (August 1996), Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered – grid finite differences. BSSA, Vol. 86, No. 4, pp. 1091 – 1106.
- [16] Hayashi, K., Burns, D.R., & Toksoz, M.N. (2001), Discontinuous-grid finite-difference seismic modeling including surface topography. BSSA Vol. 91, pp. 1750 – 1764.
- [17] Higdon R.L. (February 1991), Absorbing Boundary Conditions for elastic waves, Geophysics, vol. 56, No. 2, pp. 231-241.
- [18] Kummer, B., Behle. A., & Dorau, F. (1987), Hybrid modeling of elastic-wave propagation in two-dimensional laterally inhomogeneous media. Geophysics 52 (6), pp. 765 – 771.
- [19] Kelly K.R., Ward R.W., Treitel S. & Alford M. (1976), Synthetic Seismogram: a finite difference approach, Geophysics 41, pp 2 – 27.
- [20] Levander, A.R. (1988). Fourth-order finite-difference P-SV seismograms. Geophysics 53 (11), pp. 1425 – 1436.
- [21] Liao, ZP & Wong H.L. (1984) A Transmitting Boundary for the numerical simulation of elastic wave propagation, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 3, pp. 174-183
- [22] Lysmer J. and Kuhlenmeyer R.L. (1969), Finite Dynamic Model for Infinite Media, J.Eng.Mech. Div., pp 859 – 877.
- [23] Moczo P., Bystricky E., Kristek J., Carcione M. J. & Bouchon M. (October, 1997), “Hybrid Modeling of P – SV Seismic Motion at Inhomogeneous Viscoelastic Topographic Structures”. BSSA, Vol. 87, No.5, pp. 1305 – 1323.
- [24] O’Brien G. S. & Bean C. J. (2004) A 3D discrete numerical elastic lattice method for seismic wave propagation in heterogeneous media with topography. Geophysical Research Letters, VOL. 31, L14608, doi:10.1029/2004GL020069.
- [25] Ross M. (26 February 2004), Modeling methods for silent boundaries in infinite media. ASEN 5519 – 006: Fluid – Structure Interaction, Aerospace Engineering Sciences – University of Colorado at Boulder.

- [26] Renaut R. A. & Petersen J. (September 1989), Stability of wide – angle absorbing boundary conditions for the wave equation. *Geophysics*, Vol. 54, No. 9, pp. 1153 – 1163.
- [27] Safak. E. (2001), Analysis of Earthquake Records from Structures. Strong Motion Instrumentation for Civil Engineering Structures NATO ASI Series, Vol. 373, pp. 91 – 107.
- [28] Stacey R. B. (February 1994), New Finite – Difference Methods for free surfaces with a stability analysis, *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 84, No. 1, pp 171-184.
- [29] Stacey R. B. (December 1988), Improved transparent boundary formulations for the elastic – wave equation. *BSSA*, Vol. 78, No. 6, pp. 2089 – 2097.
- [30] Toomey A. & Bean C. J. (1999), Numerical simulation of seismic waves using a discrete particle scheme. *Geophysics J. Int.* 141, Department of Geology, University College Dublin, Ireland, pp. 595 – 604.
- [31] Tsynkov S. V. (1998), Numerical Solution of the Problems on Unbounded Domains. A Review.
- [32] Vossen R. Van, Robertsson J. O. A. & Chapman C. H. (March – April 2002), Finite – Difference modeling of wave propagation in a fluid – solid configuration. *Geophysics*, vol. 67, No. 2, pp. 618 – 624.
- [33] Vidale, J.E.& Clayton, R.W. (1986), A stable free surface boundary condition for two-dimensional Elastic Finite Difference Wave Simulation, *Geophysics* 51, pp. 2247-2249.
- [34] Virieux J. (April, 1986), P – SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity – stress finite – difference method. *Geophysics*, Vol. 51, pp. 889 – 901.
- [35] Wong, H.L. & Trifunac, M.D. (1975), Two-dimensional antiplane, building-soil-building interaction for two or more buildings and for incident plane SH waves. *Bull. Seism. Soc. of America*, 65 (6), pp. 1863 – 1885.
- [36] Westermo, B.D. & Wong, H.L. (1977). On the fundamental differences of three basic soil-structure interaction models, *Proc. 6th World Conf. of Eart. Eng.*, Vol.II, New Delhi, India.
- [37] Zahradnik J. & Urban L. (October, 1984), Effect of a simple mountain range on underground seismic motion. *Geophysical J. of the Royal Astronomical Sociey*, Vol.79, No.1, pp. 167 – 183.